



EDITORIAL PROYECTOS QR

ESTADÍSTICA 10

www.profesergiocm.com



NOMBRE: _____ GRUPO: _____

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES | DÉCIMO AÑO

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES 10°

TABLA DE CONTENIDOS	Página
REPRESENTACIONES TABULARES Y GRÁFICAS	2
MEDIDAS: PROMEDIO, MODA, MEDIANA, MÍNIMO, MÁXIMO, CUARTILES	7
SIMETRÍA Y ASIMETRÍA EN UNA DISTRIBUCIÓN DE DATOS	10
MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA - PORCENTAJES	21
MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA - DATOS AGRUPADOS	28
EVENTOS: OPERACIONES UNIÓN, INTERSECCIÓN Y COMPLEMENTO	33
EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES	35
PROBABILIDADES	47
REGLAS BÁSICAS DE LAS PROBABILIDADES	53

COLEGIOS DIURNOS / NOCTURNOS / IPEC / CINDEA

PRECIO: 6.000 [64 Pág]

Este folleto se entrega en PDF y con personalización en el encabezado.

Contacto: 60147147

TODOS LOS EJEMPLOS DEL FOLLETO VIENEN EXPLICADOS en VÍDEOS QR.

SE HAN AÑADIDO MÁS EJERCICIOS ADICIONALES

El objetivo de esta MUESTRA es que pueda revisar

REPRESENTACIONES TABULARES Y GRÁFICAS

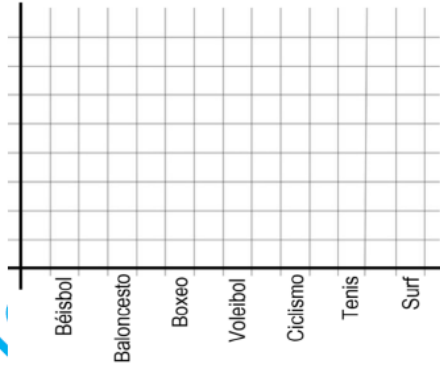
HABILIDAD:

Utilizar diferentes tipos de representaciones gráficas o tabulares para el análisis de datos cualitativos y favorecer la resolución de problemas vinculados con diversas áreas.

ACTIVIDAD DE INICIO:

Se va a recopilar la siguiente información con los estudiantes que hay en el grupo en este momento contestando la pregunta, ¿Cuál de los deportes (béisbol, baloncesto, boxeo, voleibol, ciclismo, tenis y surf) le gustaría aprender a practicar? Todos los estudiantes deben elegir uno, llenar la tabla de frecuencias y realizar una representación gráfica.

Deporte	Frecuencia
Béisbol	
Baloncesto	
Boxeo	
Voleibol	
Ciclismo	
Tenis	
Surf	
TOTAL	



Conteste las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos estudiantes en total eligieron voleibol y surf? _____.
- ¿Cuál deporte se puede considerar "la moda"? _____.
- ¿Cuál es el porcentaje que le corresponde al deporte más frecuente? _____.
- ¿Cuál es la diferencia porcentual entre los que eligieron Tenis y Baloncesto? _____.
- Si los que eligieron voleibol se matricularan en una academia que cobra 12000 el mes, ¿Cuánto dinero recaudaría esa academia en ese primer mes? _____.

Casi todos los trabajos que se hacen en estadística comienzan con el proceso de recolección de datos necesarios para formar con ellos un conjunto que se utilizará en el estudio. Por lo tanto, se requiere disponer de herramientas que permitan organizar y presentar las observaciones de tal forma que los aspectos más sobresalientes de las mismas sean fáciles de percibir. Los métodos que se utilizan para describir conjuntos de datos son los tabulares y los gráficos.

Los métodos tabulares (o por medio de tablas) consisten en llevar los resultados a cuadros para facilitar su proceso. El ejemplo más importante del uso del método tabular en la presentación de conjuntos de datos es la tabla de frecuencias o distribución de frecuencias.

Los métodos gráficos consisten en elaborar una representación o imagen que, combinando la utilización de sombreado, colores, puntos, líneas, superficies, símbolos, números, texto y un sistema de referencia (coordenadas), permiten presentar información y ver la relación que esos datos guardan entre sí y facilitar su interpretación.

Analizamos el siguiente caso:

En el año 2020 mientras el país sufría cada vez más aumentos de casos del COVID-19 la prensa nos llenaba de una gran variedad de datos estadísticos. La página del Ministerio de Salud diariamente informaba sobre los casos acumulados por provincia y por cantón. La siguiente tabla corresponde al lunes cuatro de mayo del 2020 y posee los casos confirmados hasta esa fecha, por cantón en la provincia de Cartago.

CANTONES DE LA PROVINCIA DE CARTAGO	CASOS CONFIRMADOS (Frecuencia Absoluta)	PORCENTAJE
Cartago	17	
Alvarado	1	
El Guarco	5	
Jiménez	2	
La Unión	23	
Oreamuno	5	
Paraíso	1	
Turrialba	1	
TOTAL	55	



Cálculo de los porcentajes

- ¿Cuáles eran los cantones que acumulaban menos casos de COVID 19? _____.
- ¿Cuál es el cantón que acumulaba el mayor porcentaje de COVID19? _____.
- ¿Qué porcentaje de casos correspondía al cantón de Turrialba? _____.
- Analice las siguientes proposiciones e indique para cada una si es falsa o verdadera
 - El cantón que se consideraba en ese momento "moda" corresponde a Cartago _____.
 - Los casos acumulados entre la Unión, Oreamuno y Paraíso, juntos superaban el 50% de casos de la provincia: _____.
 - Uno de los cantones con menor probabilidad de adquirir el virus a esa fecha, era El Guarco: _____.
 - Los casos de Alvarado, el Guarco y Jiménez acumulaban un total del 10: _____.
 - Oreamuno y el Guarco poseían la misma cantidad de casos a esa fecha: _____.

ACTIVIDAD #1: Analice la información presentada en cada caso y conteste las preguntas. Realice los cálculos necesarios cuando corresponda.

1) El histórico consumo de agua por mes, de una determinada familia, se detalla en el siguiente cuadro. Tome en cuenta mes a mes se paga a €500 por cada metro cúbico.

Mes	Consumo m ³
Enero 2023	23
Febrero 2023	20
Marzo 2023	17
Abril 2023	18
Mayo 2023	23
Junio 2023	20
Julio 2023	24
Agosto 2023	30
Setiembre 2023	23
Octubre 2023	17
Noviembre 2023	15
Diciembre 2023	20

a) ¿Cuántos metros cúbicos se consumieron en ese 2023?

b) Respecto al consumo anual, ¿qué porcentaje corresponde al consumo del mes de octubre?

c) Respecto al consumo anual, ¿qué porcentaje corresponde al consumo del mes de mayo?

d) ¿Cuánto tuvo que pagar en el mes de más consumo?

e) ¿Cuánto tuvo que pagar en el mes de menos consumo?

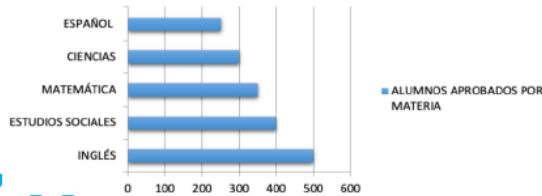
f) ¿Cuál fue el consumo de agua, en metros cúbicos, más común durante esos meses?

g) ¿Cuánto tuvo que pagar la familia en total en el primer trimestre del año?

h) ¿Cuánto más pagó esa familia en julio respecto a lo que pagó en marzo?

2) En una Escuela de San José se hizo un estudio de los estudiantes aprobados de acuerdo con las cinco materias básicas. Se realizó la siguiente representación:

ALUMNOS APROBADOS POR MATERIA



a) ¿En cuál asignatura se alcanzó una mayor aprobación por parte de los estudiantes?

b) ¿Cuál asignatura obtuvo la promoción más baja?

c) ¿Qué cantidad total de estudiantes aprobaron en Ciencias y Matemáticas?

d) Añote en el espacio si lo que dice la proposición es Falso o Verdadero:

d.1) Más de 300 estudiantes aprobaron Matemáticas ()

d.2) Aprobaron más estudiantes en Estudios Sociales que en inglés ()

d.3) La cantidad de aprobados en Español es un valor mayor que 300 y menor que 400 ()

d.4) En Estudios Sociales aprobaron 400 estudiantes ()

3) Tienda LA MODA realizó un registro de la última semana de noviembre sobre la venta de un modelo específico de pantalón que tenía en oferta, la cantidad de ventas diarias se presenta en la siguiente tabla:

Día	Pantalones vendidos
Lunes	9
Martes	6
Miércoles	4
Jueves	4
Viernes	12
Sábado	15
Domingo	10

a) ¿Cuántos pantalones se vendieron en la semana?

b) Si por cada pantalón que se vende, hay una ganancia de €2500, ¿Cuál fue la ganancia acumulada con las ventas de viernes, sábado y domingo?

c) De acuerdo con el total vendido en la semana, ¿qué porcentaje de ventas corresponde al martes?

d) De acuerdo con el total vendido en la semana, ¿qué porcentaje de ventas corresponde al viernes?

e) ¿Qué porcentaje corresponde al día que más ventas hubo?

4) El siguiente cuadro presenta la cantidad de diplomas entregados en la Universidad Central de San José durante el 2022 en todas sus carreras:

Grado académico	Diplomas entregados
Diplomado	35
Profesorado	15
Bachillerato	95
Licenciatura	42
Maestría	14
Doctorado	5

a) ¿Cuántos títulos se entregaron en total durante el 2022?

b) ¿Cuál es el porcentaje que corresponde al grado de Licenciatura?

c) ¿Cuál es el porcentaje que corresponde al grado de Doctorado?

d) ¿Cuáles son los grados académicos con más y menos títulos entregados?

TRABAJO COTIDIANO – Representaciones Tabulares y Gráficas	Valoración
Utiliza diferentes tipos de representaciones gráficas para el análisis de datos cualitativos.	
Utiliza diferentes tipos de representaciones tabulares para el análisis de datos cualitativos.	

EJERCICIO ADICIONAL

Se presenta una tabla con la información de la distribución detallada por provincia, de los 57 diputados de nuestra Asamblea Legislativa para el período 2022-2026.

Partido al que representa	Cantidad total de Diputados	San José	Cartago	Alajuela	Puntarenas	Guanacaste	Heredia	Limón
Liberación Nacional	19	5	3	3	2	2	2	2
Progreso Social Democrático	10	4	1	2	1	1	1	
Unidad Social Cristiana	9	2	1	2	1	1	1	1
Frente Amplio Liberal Progresista	6	3	1	1			1	
Nueva República	6	3	1	1			1	
	7	2		2	1			2

- a) ¿Cuál es la provincia con menor representación en la Asamblea Legislativa? ¿qué porcentaje representa a nivel nacional?
- b) ¿Cuál es la provincia con mayor representación en la Asamblea Legislativa? ¿qué porcentaje representa a nivel nacional?
- c) ¿Cuál es el partido político que tiene la menor representación en la Asamblea Legislativa?
- d) ¿Cuál es el partido que tiene la mayor representación en la Asamblea Legislativa y qué porcentaje a nivel nacional?
- e) ¿Cuántos representantes tiene el partido Unidad Social Cristiana en Alajuela? ¿qué porcentaje representa en esa provincia?
- f) ¿Cuántos representantes tiene el partido Liberación Nacional en San José? ¿qué porcentaje representa en esa provincia?
- g) ¿Qué porcentaje corresponde al Partido Nueva República a nivel nacional?
- h) ¿Qué porcentaje corresponde a los representantes de la provincia de Limón?
- i) ¿Cuál o cuáles partidos tienen representación en todas las provincias?



MEDIDAS DE POSICIÓN

HABILIDADES:

• Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas.

• Identificar la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos.

• Utilizar la calculadora o la computadora para calcular las medidas estadísticas correspondientes de un grupo de datos.

ACTIVIDAD DE INICIO:

En una tienda de ropa, se lleva el registro cada dos semanas, de las ventas diarias de cierto estilo de camiseta deportiva. En este caso, se presenta el resumen de las ventas desde el lunes 4 al domingo 17.

Fecha	Ventas	Fecha	Ventas
Lunes 4 de setiembre	8	Lunes 11 de setiembre	5
Martes 5 de setiembre	7	Martes 12 de setiembre	8
Miércoles 6 de setiembre	9	Miércoles 13 de setiembre	7
Jueves 7 de setiembre	9	Jueves 14 de setiembre	7
Viernes 8 de setiembre	12	Viernes 15 de setiembre	9
Sábado 9 de setiembre	15	Sábado 16 de setiembre	16
Domingo 10 de setiembre	14	Domingo 17 de setiembre	12

- a) ¿En cuál fecha se registró la menor cantidad de ventas?
- b) ¿En cuál fecha se registró la mayor cantidad de ventas?
- c) En promedio, ¿Cuántas camisetas se vendieron en esas dos semanas?
- d) ¿Cuál es la cantidad más frecuente de camisetas vendidas que se registró en esas dos semanas?
- e) Ordene ascendentemente las ventas registradas, ¿cuál sería el valor central que divide esas ventas en dos conjuntos con igual cantidad de elementos?

El propósito básico de cada una de las **medidas de posición** consiste en resumir en un valor una característica particular de todo el grupo de datos. El análisis se debería enfocar en esa característica, pues es la que le va a permitir interpretar adecuadamente estas medidas. A continuación, se detalla cada una de las medidas de posición que se estudiarán:

- a) **Mínimo:** Es el menor valor de los datos, se denota **Min**.
- b) **Máximo:** Es el mayor valor de los datos, se denota **Max**.
- c) **Recorrido o rango:** Se obtiene de la diferencia entre el valor mayor y menor. $R = \text{Max} - \text{Min}$.
- d) **Moda:** Es el valor más frecuente de los datos, se denota **Mo**. Un conjunto podría tener una o dos modas.
- e) **Media aritmética o promedio:** Es la suma de todos los valores, dividido entre la cantidad total de datos, se denota \bar{X} .
- f) **Mediana:** Es el valor central o número intermedio de los datos ordenados, es decir que la mitad de los números son superiores a la mediana y la mitad de los números tienen valores menores que la mediana. Se denota **Me**. Si la cantidad de valores es grande, se puede ubicar la posición de la mediana con la fórmula $Me = \frac{n+1}{2}$, donde "n" es el número total de datos.

Si la cantidad "n" de elementos **es IMPAR**, entonces la mediana se detecta fácilmente.
 ¿Cuál es la mediana de 25, 36, 47, 33, 20?
 20, 25, 33, 36, 47 – se ordenan y se detecta el valor central.
 R/La mediana es **33**.

Si la cantidad "n" de elementos **es PAR**, entonces la mediana está en medio de los dos valores centrales.
 ¿Cuál es la mediana de 24, 36, 84, 54, 29, 48, 25, 63?
 24, 25, 29, 36, 48, 54, 63, 84 – se ordenan y se detecta el valor central.
 Pero aquí hay DOS valores centrales. **36 y 48**. ¿Cuál es el centro de esos dos valores?
 $Me = \frac{36 + 48}{2} = 42$, R/ Por lo tanto, la mediana es **42**.

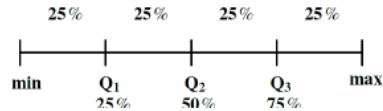
g) **Cuartiles:** Los cuartiles son tres valores que dividen una muestra de datos en cuatro partes porcentuales iguales.

Primer cuartil (Q₁): El primer cuartil, también conocido como el cuartil inferior, es el valor que divide el conjunto de datos en el 25% inferior y el 75% superior. En otras palabras, el 25% de los datos son iguales o menores que el valor de Q₁ mientras que el 75% restante son mayores.

Segundo cuartil (Q₂): Es el mismo valor conocido como **Mediana**. Divide los datos en dos partes iguales: el 50% inferior y el 50% superior. Es el valor en el centro del conjunto de datos cuando se organizan de manera ascendente. La mediana es un indicador de la tendencia central de los datos.

Tercer cuartil (Q₃): También conocido como el cuartil superior, separa el 75% inferior de los datos del 25% superior. Esto significa que el 75% de los datos son iguales o menores que el valor de Q₃, mientras que el 25% superior es mayor.

Gráficamente, podemos visualizar los cuartiles de las siguientes maneras:



EJEMPLO #1: El siguiente conjunto de datos presenta las calificaciones de un estudiante en sus distintas asignaturas cursadas:

90 100 72 83 75 90 85 88 93

Promedio: _____ Mínimo: _____
 Moda: _____ Máximo: _____
 Mediana: _____ Recorrido: _____



Explica promedio, moda y mediana

EJEMPLO #2: Guiados por su docente, determine el valor de los tres cuartiles si tenemos la estatura en centímetros del equipo titular de fútbol del cantón:

174 152 155 155 178 180 182 162 170 175 189



EJEMPLO #3: Puede practicar los cuartiles con estos 4 conjuntos ya ordenados. En el video puede encontrar la explicación completa de cada uno y una alternativa usando la calculadora CASIO Classwiz.

0 0 1 3 4 4 5 6 7 10 13 10 11 13 14 15 18 19 21 22 24

30 31 32 32 36 38 39 40 46 48 50 56 450 480 490 545 560 700 725 800 850 877 899 950 1050



SIMETRÍA Y ASIMETRÍA EN UNA DISTRIBUCIÓN DE DATOS

A partir de una distribución de los datos se puede generar una curva que muestra como los datos tienden a reunirse de acuerdo con la frecuencia con que se hallen dentro de una distribución. Se clasifica en tres casos:

Simétrica: Ocurre cuando en una distribución los datos se ubican aproximadamente en la misma cantidad a ambos lados del eje de simetría, por lo cual no se produce sesgo o cola a ningún lado, se le conoce como una distribución normal.

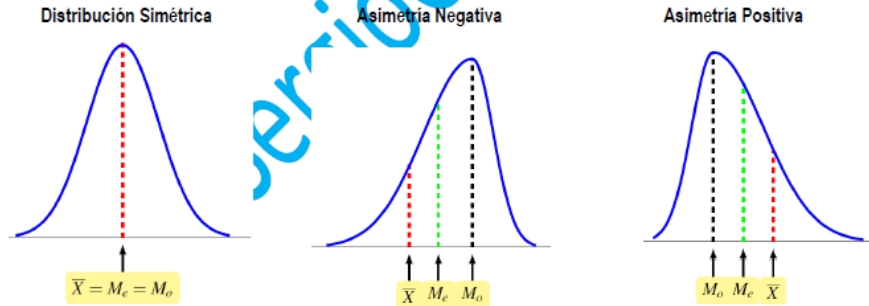
Aquí se cumple que $\bar{x} = Me = Mo$

Asimetría negativa: Ocurre cuando en una distribución la mayoría de datos se ubican a la izquierda del eje de simetría, lo cual produce un estrechamiento, sesgo o cola al lado izquierdo, siendo estos datos más distintos entre sí y alejados de la media.

Aquí se cumple que $\bar{x} < Me < Mo$

Asimetría positiva: Ocurre cuando en una distribución la mayoría de datos se ubican a la derecha del eje de simetría, lo cual produce un estrechamiento, sesgo o cola al lado derecho, siendo estos datos más distintos entre sí y alejados de la media.

Aquí se cumple que $\bar{x} > Me > Mo$



Con solo la mediana y promedio se puede determinar el tipo de distribución, ya que en ocasiones es posible que no exista moda.

EJEMPLO #3: Se presenta un resumen estadístico de las notas finales obtenidas por 5 estudiantes. Indique el tipo de asimetría para cada uno.

Estudiante	Media aritmética	Mediana	Moda	Distribución
Marco	87	84	82	
César	89	89	89	
Elías	95	92	---	
Roberto	75	72	71	
Francisco	90	93	---	

EJEMPLO #4: Los siguientes datos representan las notas obtenidas por un grupo de estudiantes en un examen de Química:

45 55 57 64 69 75 76 78 79 81 83 89

Determine la mediana y el promedio e indique el tipo de asimetría que presenta.



Repaso y
Ejemplos 3 y 4

ACTIVIDAD #1: Calcule lo que se solicita en cada caso. Debe presentar los procedimientos completos para llegar al resultado final (en caso de requerirlo).

1) Las masas en gramos de 10 gallinas de una granja son:

950 950 980 1000 1200 1220 1240 1350 1500 1700

Determine:

Promedio: _____ Mínimo: _____

Moda: _____ Máximo: _____

Mediana: _____ Recorrido: _____

Cuartil 1: _____ Cuartil 3: _____

2) Las temperaturas registradas en grados Celsius en los primeros siete días del mes de marzo del 2023 en Alajuela fueron: 33°, 34°, 31°, 35°, 32°, 33° y 34°.

Determine:

Promedio: _____ Mínimo: _____
 Moda: _____ Máximo: _____
 Mediana: _____ Recorrido: _____
 Cuartil 1 : _____ Cuartil 3 : _____

3) Anoche volví a jugar el clásico video juego PAC-MAN, y luego de jugarlo seis veces obtuve las siguientes puntuaciones:

3200 1858 1400 3650 1500 3900

Determine:

Promedio: _____ Mínimo: _____
 Moda: _____ Máximo: _____
 Mediana: _____ Recorrido: _____

ACTIVIDAD #2: Calcule lo que se solicita en cada caso e interprete la información.

1) Juan y Marco entrenaron los 7 días de la semana para la competencia de atletismo de los 800 metros libres y los registros de sus tiempos (en segundos) son los siguientes:

JUAN	102	105	110	100	109	109	107
MARCO	102	101	108	114	119	104	108

De acuerdo con la información anterior, analice las siguientes proposiciones e indique para cada uno si es FALSA o VERDADERA.

- a) En promedio, Juan tiene mejores tiempos que Marco (_____)
- b) En este contexto, el mejor tiempo lo representa el valor mínimo (_____)
- c) El mejor tiempo de Juan supera al mejor tiempo de Marco (_____)
- d) La mediana de Juan corresponde a un tiempo mayor que la mediana de Marco (_____)
- e) El recorrido de los tiempos de Marco corresponde a 4 segundos (_____)
- f) La moda de ambos, corresponde al mismo valor (_____)

2) El salario mensual (con sus bonificaciones) de los últimos 10 meses, en dólares, de un empleado de cierta compañía corresponde a:

1200 1250 1100 1275 1400 1000 1600 1550 1275 1500

Complete el siguiente cuadro resumen, con los datos solicitados y analice los siguientes proposiciones para determinar si lo que dice es FALSO o VERDADERO.

Mínimo	Cuartil 1	Cuartil 2	Cuartil 3	Máximo

- a) El recorrido de los salarios corresponde a \$600. (_____)
- b) Un 50% de los datos corresponde a salarios mayores o iguales que \$1275. (_____)
- c) Un 25% de los datos corresponde a salarios mayores o iguales que \$1550. (_____)
- d) La moda corresponde a \$1500. (_____)
- e) Un 25% de los salarios corresponde a valores mayores o iguales \$1000 y menores o iguales que \$1200. (_____)

3) En una empresa se realizó una encuesta sobre las edades, en años, de las personas trabajadoras que ahí laboran. En la siguiente tabla se presentan algunas medidas de posición que se obtuvieron de esa encuesta:

Medida de Posición	Valor
Mínimo	40
Moda	45
Máximo	62
Cuartil 1	43
Cuartil 2	55
Cuartil 3	60

Analice las siguientes proposiciones para determinar si lo que dice es FALSO o VERDADERO.

- a) La persona más joven de esa empresa tiene 42 años. (_____)
- b) La edad más frecuente entre los empleados es de 45 años. (_____)
- c) La mitad de las edades de los empleados se ubican entre los 55 y 62 años. (_____)
- d) Un 25% de las edades de los empleados se ubican entre los 43 y 55 años. (_____)
- e) El empleado con más edad tiene 62 años. (_____)
- f) Con certeza, hay un empleado que tiene 57 años. (_____)

ACTIVIDAD #3: Resuelva lo que se solicita en cada caso y así determinar el tipo de asimetría que posee cada situación.

1) Considere la información referente a la cantidad de saltos de cuerda que da un atleta, en dos jornadas de entrenamiento diferente: una en la mañana, en la tarde y otra en la noche (en cada jornada realiza 12 intentos). En la siguiente tabla se muestra un resumen de lo logrado por el atleta:

Cantidad de saltos						
Jornada del entrenamiento	Mínimo	I cuartil	Mediana	III cuartil	Máximo	Promedio
En la mañana	55	63	66	68	75	64,25
En la tarde	59	60	66	70	100	69,5
En la noche	50	52	58	63	85	58

- a) ¿En cuál jornada los datos presentan una asimetría negativa? _____
- b) ¿En cuál jornada los datos presentan una distribución simétrica? _____
- c) ¿En cuál jornada los datos presentan una asimetría positiva? _____

2) Se tiene el precio en colones de un mismo artículo en siete distintos negocios:

750 600 665 770 1000 800 650

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

3) Cantidad de autos vendidos semanalmente, contabilizado en las últimas 10 semanas:

10 7 6 11 14 8 8 6 10 7

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

4) Edad en años cumplidos de mis amigos del barrio: 16, 18, 15, 18, 20, 22, 17

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

5) Puntaje obtenido en el videojuego Galaxian luego de jugar 7 veces:

3200 4500 4600 7800 9750 10000 11400

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

6) Ventas diarias de camisetas en la nueva tienda de mi tía, de lunes a sábado:

8 10 11 13 18 19

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

7) Marque con X la opción correcta:

7.1) El salario promedio en una empresa es de ₡950 000, ¿qué valor debe tener la mediana para que la distribución corresponda a una asimetría positiva?

() ₡950 000 () ₡925 000 () ₡980 000

7.2) La altura promedio en un grupo de 25 estudiantes corresponde a 167 cm. ¿qué valor debe tener la mediana para que la distribución sea simétrica?

() 156 cm () 167 cm () 177 cm

7.3) Se recopila la información de las ventas semanales de camisetas en una tienda, donde en esos 7 días, la mediana corresponde a 23 camisetas vendidas. ¿Cuál debe ser un valor del promedio de ventas para que la distribución presente una asimetría negativa?

() 23 camisetas () 19 camisetas () 25 camisetas

TRABAJO COTIDIANO – Medidas de Posición	Valoración
Determina la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo, el mínimo y el recorrido en diversos contextos.	
Interpreta la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo, el mínimo y el recorrido en diversos contextos.	
Identifica la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Para responder los ítems 1 y 2 considere la siguiente información:

A continuación, se muestran los nombres y sus respectivas edades de un grupo de ocho amigos:

Ana	Luis	Liz	Raúl	Isabel	María	Pedro	Juan
21	30	23	30	23	30	24	27

1) ¿Cuál es la edad promedio de ese grupo de amigos?

- A) 23
- B) 26
- C) 27
- D) 30



2) Considere las siguientes proposiciones:

- I. Al menos un 50% de las edades de esos amigos, es menor que 28 años.
- II. La edad más común de ese grupo de amigos, es la de 30 años.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



3) Considere el siguiente contexto:

Los siguientes datos representan las notas obtenidas por un grupo de estudiantes en un examen de Química: 45 55 57 64 69 75 75 78 79 81 83 89

Considere las siguientes proposiciones:

- I. La media aritmética es 64,58.
- II. En promedio, el grupo alcanzó la nota mínima 70.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



4) A continuación, se presenta el total de hectáreas sembradas durante el periodo de 1999 al 2005 en la provincia de Limón: de banano y arroz.

Producto/Año	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Banano	48000	47000	44000	42000	41000	42000	41000
Arroz	46000	47000	48000	48000	49000	49000	49000

En promedio (media aritmética), en ese periodo ¿cuántas hectáreas de arroz, aproximadamente, se sembró más que de banano?

- A) 3428,57
- B) 4428,57
- C) 6224,49
- D) 6540,83



5) Considere la siguiente información:

En una biblioteca se realiza un estudio sobre la cantidad de libros prestados en el mes de abril; para ello se toman en cuenta los primeros diez días de ese mes. La información se presenta en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Libros prestados	35	47	22	15	13	28	39	41	12	19

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el recorrido de la cantidad de libros prestados durante los primeros diez días del mes de abril?

- A) 9
- B) 16
- C) 25
- D) 35



6) Un profesor aplicó un examen a 11 estudiantes de una sección. La siguiente tabla muestra los resultados de las calificaciones:

96	92	92	93	98	92	100	93	97	96	96
----	----	----	----	----	----	-----	----	----	----	----

Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

- I. La mediana del grupo de calificaciones corresponde a 92.
- II. La media aritmética de las calificaciones corresponde a 95.
- III. En el grupo de calificaciones se evidencia que hay más de una moda.

De ellas son verdaderas solo la

- A) I
- B) I y II
- C) II y III
- D) III



Para responder los ítems 7 y 8 considere la siguiente información sobre las edades en años cumplidos de dos grupos (A y B) de jóvenes:

Edades del Grupo A	14	14	15	15	16	16	18	18	26	28	28	29	32
--------------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Edades del Grupo B	Mín	Q ₁	Me	Q ₃	Máx	Media	Moda
	15	19	23	27	31	23	23

7) Las siguientes tablas detallan la información de las edades de los jóvenes del grupo A y un resumen estadístico basado en las edades de las personas del grupo B:

Considere las siguientes proposiciones:

- I. Al menos hay un joven del grupo A que tiene mayor edad que todos los jóvenes del grupo B.
- II. La edad promedio de los jóvenes del grupo A es menor que la edad promedio de los del grupo B.

De ellas son verdaderas:

- A) ambas.
- B) solo la I.
- C) solo la II.



8) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La distribución de los datos de las edades de los jóvenes del grupo B tienden a ser simétricos.
- II. La distribución de los datos de las edades de los jóvenes del grupo A presentan asimetría negativa.

De ellas son verdaderas

- A) solo la I.
- B) solo la II.
- C) ninguna



9) Un festival institucional incluyó la modalidad de gimnasia rítmica. Cada ejecución de las participantes en esta modalidad fue valorada por un total de 6 jueces, los cuales otorgaron puntuaciones de 1 a 10. Para asignar la calificación final y decidir a las medallistas, se calculó el promedio de todas las puntuaciones de cada participante.

PARTICIPANTES	PUNTUACIONES DE LOS JUECES					
Sofía	8	5	7	8	7	9
Carmen	6	7	7	5	10	6
María	6	7	4	9	9	10
Ana	8	9	5	7	6	8

¿A quiénes se les otorgan las medallas de oro, plata y bronce respectivamente?



10) Considere las siguientes proposiciones referidas a una distribución de datos cuantitativos:

- I. Si la mediana es menor que la media entonces la distribución es asimétrica positiva.
- II. Si se da que la mediana la moda y la media son iguales, entonces la distribución es simétrica.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



11) En la siguiente tabla se presentan algunas medidas de posición referentes a los tiempos, en minutos, que tardaron 20 partidas de ajedrez en un torneo:

Mínimo	Q ₁	Mediana	Q ₃	Máximo	Media	Moda
50	55	60	65	70	60	60

¿Cuál de las siguientes opciones contiene una afirmación correcta respecto a la información dada?

- A) Con certeza al menos hubo una partida de ajedrez que duró 55 minutos.
- B) Con certeza al menos hubo dos partidas de ajedrez que duraron 65 minutos cada una.
- C) Hay evidencia de que la distribución de los datos sobre los tiempos empleados por partida tiende a ser simétrica.



12) Considere la siguiente información sobre los puntajes obtenidos por los equipos de baloncesto A y B en los últimos 15 partidos del campeonato. Las subsiguientes tablas detallan la información de los puntajes del equipo A y un resumen estadístico basado en los puntajes del equipo B:

Equipo A	92	10	96	94	10	10	98	96	94	94	10	10	93	95	10
		2			3	6					2	0			2

Equipo B	Mínimo	Q ₁	Mediana	Q ₃	Máximo	Media	Moda
	90	94	98	102	106	98	98

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La distribución de los puntajes obtenidos por el equipo B en los 15 partidos tiende a ser simétrica.
- B) La distribución de los puntajes obtenidos por el equipo B en los 15 partidos presenta asimetría positiva.
- C) La distribución de los puntajes obtenidos por el equipo B en los 15 partidos presenta asimetría negativa.



Para resolver los ejercicios 13 y 14, considere la siguiente tabla referida a las masas (pesos), en kilogramos, de los estudiantes de tres secciones en un colegio:

Sección	Mínimo	Cuartiles			Máximo
		Q ₁	Q ₂ (Me)	Q ₃	
A	47	53	59	65	71
B	48	54	65	68	71
C	49	55	59	67	74

Además, considere que la masa promedio en cada sección corresponde a: 59 kg en la sección A, 56 kg en la sección B y 64 kg en la sección C.

13) ¿Cuál de las siguientes opciones es correcta?

- A) La distribución de los datos de la sección C presenta una asimetría negativa.
- B) La distribución de los datos de la sección B presenta una asimetría positiva.
- C) La distribución de los datos de la sección A tiende a ser simétrica.



14) Considere la siguiente información:

Priscilla es la profesora de Cívica de cuatro secciones de décimo año. Ella resumió, en la siguiente tabla, los datos de las calificaciones (en escala de 0 a 100) obtenidas por cada sección:

Sección	Media aritmética	Mediana	Moda
10-1	81	82	85
10-2	82	83	90
10-3	88	90	92
10-4	86	82	78

De acuerdo con la información anterior, la sección que tiene una distribución de las calificaciones con asimetría positiva es

- A) 10 – 1
- B) 10 – 2
- C) 10 – 3
- D) 10 – 4



MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA

HABILIDADES:

- Determinar la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí.
- Utilizar la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran agrupados en una distribución de frecuencias.

ACTIVIDAD DE INICIO:

Dos amigas Patricia y Marcela llevan un curso en la universidad, donde deben presentar dos tareas y realizar dos exámenes para generar el promedio final. Ambos obtuvieron las mismas notas, pero no en las mismas asignaciones. El curso se aprueba con mínimo un 70:

Evaluación del Curso	Tarea 1	Tarea 2	Examen 1	Examen 2
	10%	20%	30%	40%
Notas de Marcela	40	65	80	100
Notas de Patricia	100	80	65	40

Analizando la situación previa y notando que ambos obtuvieron las mismas notas, ¿implica que tendrán el mismo promedio final? ¿o será diferente? ¿sabe usted cómo calcular el promedio final de un curso con esos criterios y porcentajes?

La media aritmética ponderada a diferencia de la media aritmética básica, es que los valores pueden verse influidos por un "peso" o "ponderación". Esta se da cuando hay varias observaciones o características que tienen el mismo valor, pero "pesan" de forma diferente.

EJEMPLO#1: En la siguiente tabla se presenta las edades en años cumplidos de las mujeres más jóvenes que han ganado medalla de oro en juegos nacionales. ¿Cuál es el promedio de edad de ese grupo de mujeres?



Años	Mujeres
15	6
16	14
17	3
18	4
19	5
Total	32



Alternativa RÁPIDA
Calculadora CASIO

EJEMPLO#2: A continuación, la edad en años cumplidos del grupo 8-3 de un Colegio Nocturno.
¿Cuál es el promedio de edad del grupo?

Edad en años cumplidos	Número de estudiantes
15	9
16	5
17	4
19	2
23	2
26	1
TOTAL	23



EJEMPLO#3: La siguiente tabla muestra las calificaciones obtenidas en cada periodo por un estudiante de la asignatura de cívica y el valor porcentual en cada caso. El promedio anual se calculaba (antes de pandemia) a partir de la sumatoria de los porcentajes obtenidos durante los tres periodos:

Periodo	I Periodo	II Periodo	III Periodo
Valor Porcentual	20%	30%	50%
Nota	100	90	80



¿Cuál fue el promedio anual que obtuvo el estudiante en esa asignatura?

EJEMPLO#4: Una estudiante de la universidad obtuvo las siguientes calificaciones en un curso de Matemática, para una calificación de 0 a 10. Los exámenes cortos tenían un valor de 5% cada uno, el proyecto valía 15% y los exámenes parciales 35% cada uno. Si la nota mínima de aprobación es un 7, ¿la estudiante aprobó el curso?

Pruebas	Calificaciones
Primer examen corto	6
Segundo examen corto	5,5
Tercer examen corto	6,5
Proyecto	6
Primer examen parcial	7,5
Segundo examen parcial	8,5



ACTIVIDAD #1: Realice los siguientes ejercicios usando todos los procedimientos necesarios para llegar al resultado final.

1) En la siguiente tabla se resume la edad, en años cumplidos, de los estudiantes de un grupo que se prepara para presentar las pruebas de bachillerato por madurez. Calcule su promedio de edad.

Edad en años cumplidos	Número de estudiantes
25	2
27	3
30	3
31	8
33	5
38	1
Total	22

2) La siguiente tabla indica la cantidad de gallinas que hay en una granja, con su respectivo peso en gramos. Calcule la media aritmética o promedio de peso.

Peso en gramos	Frecuencia Absoluta
1650	3
1800	8
2000	7
2300	5
2500	2
Total	25

3) ¿Cuál es mi promedio final en mi asignatura de Contabilidad?, si obtuve las siguientes notas:
45 en trabajo cotidiano (30%)
85 en tareas (10%)
68 en el primer examen parcial (20%)
75 en el segundo examen parcial (30%)
100 en asistencia (10%)

4) Para calcular el promedio anual de una materia, en un colegio diurno, se distribuye cada trimestre en 30%, 30% y 40%. Juan obtuvo en biología, en el I trimestre un 89, en el II trimestre un 93 y en el III trimestre 65, ¿Cuál fue su promedio?

5) A continuación se presentan las ponderaciones de las evaluaciones en un curso libre en una academia y las notas de tres estudiantes durante un cuatrimestre. Calcule el promedio de cada uno e indique quien de los tres obtuvo el mejor promedio.

Evaluación	Porcentaje	Notas de Karla	Notas de Manuel	Notas de José
Examen Parcial	30%	50	88	70
Examen Final	45%	70	50	89
Tarea	5%	86	95	70
Proyecto	20%	93	92	88

TRABAJO COTIDIANO – Media Aritmética Ponderada	Valoración
Determina la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí en la solución de problemas.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1) En un colegio, la evaluación de Industriales en cada periodo se lleva a cabo de acuerdo con la siguiente tabla, en la que aparecen también las notas obtenidas por Ana y Karina en uno de los periodos.

Componente	Valor	Ana	Karina
Prueba escrita	35%	61	54
Trabajo cotidiano	15%	73	75
Proyecto	40%	67	66
Asistencia	10%	92	97
Total	100%		



De acuerdo con la información anterior si Ana y Karina son estudiantes de ese colegio y necesitan una nota promedio de 70 o más para aprobar el periodo, entonces

- A) Ana aprobó el periodo
- B) Karina aprobó el periodo
- C) Ninguna de ellas aprobó el periodo
- D) Karina tuvo una nota promedio mayor que la de Ana

2) La nota final de un curso se obtiene del promedio ponderado de las calificaciones (de 1 a 100) de los rubros que componen la evaluación del curso. El porcentaje que le corresponde a cada rubro, así como la calificación que obtuvo un estudiante en cada uno de ellos, se muestran en la siguiente tabla:

RUBRO	PORCENTAJE	CALIFICACIÓN DEL ESTUDIANTE
Prueba escrita	50%	60
Prueba de ejecución	30%	90
Prueba oral	20%	100

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál fue la nota final que obtuvo el estudiante en el curso?

- A) 31
- B) 58
- C) 77
- D) 83



3) Considere la siguiente información que corresponde a los rubros de la evaluación de un curso universitario que se aprueba con una nota final igual o superior que 70 (no hay redondeo). Adicionalmente, se indican las calificaciones obtenidas por los estudiantes Mireya y Víctor en cada rubro evaluado:

Rubros de Evaluación	Porcentaje	Estudiantes	
		Mireya	Victor
Prueba escrita	40	85	70
Prueba de ejecución	30	50	85
Prueba oral	30	70	50
Total	100		



Con base en la información dada es correcto afirmar que:

- A) ambos reprobaron el curso.
- B) solo Mireya aprobó el curso.
- C) ambos obtuvieron la misma nota final en el curso.

4) La nota final de un curso se obtiene del promedio ponderado de las calificaciones (de 1 a 100) de los rubros que componen la evaluación del curso. El porcentaje que le corresponde a cada rubro, así como la calificación que obtuvo un estudiante en cada uno de ellos, se muestran en la siguiente tabla:

Rubro	Porcentaje de la nota final	Calificación del estudiante
Prueba escrita	50	70
Prueba de ejecución	30	80
Prueba oral	20	90
Total	100	



De acuerdo con la información dada, ¿cuál fue la nota final que obtuvo el estudiante en el curso?

- A) 77
- B) 80
- C) 85

5) La siguiente tabla muestra las calificaciones obtenidas por un estudiante en cada uno de los rubros de evaluación de un curso y el peso porcentual en cada caso. El promedio final será el resultado de la suma de los valores porcentuales obtenidos en cada rubro por el estudiante:

Rubro	Calificaciones de un estudiante	Valor Porcentual
Prueba 1	70	35%
Prueba 2	76	25%
Tarea 1	100	25%
Tarea 2	80	15%



De acuerdo con la información dada, ¿cuál fue el promedio final que obtuvo el estudiante en el curso?

- A) 78,0
- B) 81,5
- C) 80,5

6) En la siguiente tabla se resume la edad en años cumplidos de los estudiantes de un grupo que se prepara para presentar las pruebas de bachillerato por madurez:

Edad en años cumplidos	Número de estudiantes
25	2
27	4
30	4
31	3
33	5
40	7
Total	25



¿Cuál es el promedio de las edades de los estudiantes que presentarán las pruebas de bachillerato por madurez?

- A) 30,50
- B) 32,64
- C) 33,00
- D) 33,80

7) Considere la siguiente información:

El coordinador de un grupo juvenil realiza un estudio referido a la media aritmética de la edad de los integrantes de ese grupo. En la siguiente tabla se muestra la distribución de sus edades:

Edad	Frecuencia
13	3
14	2
15	14
16	35
17	18
Total	72

De acuerdo con la información anterior, ¿Cuál es la media aritmética de las edades de los integrantes del grupo juvenil?

- A) 15,00
- B) 15,24
- C) 15,87
- D) 16,00



MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA PARA DATOS AGRUPADOS

En ocasiones se agrupan datos en intervalos para calcular promedios y esto generalmente sucede cuando se trabaja con conjuntos de datos que contienen valores continuos o una gran cantidad de datos discretos. Esto se hace para resumir la información de manera más concisa y facilitar el análisis.

El promedio ponderado con datos agrupados, se calcula sumando todos los productos de la marca clase con la frecuencia absoluta respectiva y su resultado dividirlo por el número total de datos.

La marca de clase o punto medio de una tabla para datos agrupados en intervalos corresponde al promedio de los extremos de cada intervalo. Si el intervalo dado es $]20,32]$

entonces la marca de clase es $\frac{20 + 32}{2} = 26$

EJEMPLO#1: Considere la siguiente distribución de frecuencias de las estaturas en centímetros de los profesores de cierto colegio, ¿cuál es el promedio en centímetros de las estaturas de los profesores?



Estatura	Cantidad de profesores
$[150,160]$	8
$]160,170]$	14
$]170,180]$	9
$]180,190]$	5



Alternativa RÁPIDA
Calculadora CASIO

EJEMPLO#2: En la siguiente distribución, se recopiló la información de las edades en años cumplidos de un grupo de estudiantes en un Colegio Nocturno.

Edad en años cumplidos	Número de estudiantes
De 15 a menos de 20 años	14
De 20 a menos de 25 años	9
De 25 a menos de 30 años	6
De 30 a menos de 35 años	3
TOTAL	32



ACTIVIDAD #1: Resuelva al detalle, los siguientes ejercicios.

1) Considere la siguiente distribución de frecuencias de las estaturas, en centímetros, de los jugadores de un equipo de fútbol de la provincia. ¿Cuál es el promedio de edad de ese equipo?

Estatura	Cantidad de jugadores
$[150,162]$	4
$]162,174]$	6
$]174,186]$	9
$]186,198]$	3

2) Considere la siguiente información, referida al tiempo que tardan los empleados de una empresa en trasladarse desde su casa hasta su trabajo. ¿Cuántos minutos en promedio, tardan los empleados desde sus casas hasta su lugar de trabajo?

Tiempo en minutos	Cantidad de empleados
$[0,15[$	5
$[15,30[$	11
$[30,45[$	15
$[45,60]$	12

3) En la siguiente tabla de distribución de frecuencias se presenta el tiempo aproximado, en minutos, que tardan los estudiantes de una escuela en trasladarse de su casa a ese centro educativo.

Tiempo	Número de estudiantes
De 0 a menos de 10	15
De 10 a menos de 20	45
De 20 a menos de 30	30
De 30 a menos de 40	12
De 40 a 50	8

De acuerdo con lo anterior, ¿cuál es el promedio del tiempo en minutos, que tardan los estudiantes de esa escuela para trasladarse de su casa a ese centro educativo?

4) Se recopila la información de los estudiantes de último año en el examen de Estudios Sociales, los resultados se resumen en la siguiente tabla. Calcule el promedio de notas.

Notas de Quiz	Cantidad de estudiantes
[40,55[7
[55,70[4
[70,85[18
[85,100]	13

5) La siguiente tabla muestra las horas semanales que pasó un grupo de estudiantes de informática usando su computadora personal (PC). ¿Cuántas horas semanales en promedio dedica el grupo de personas a utilizar su PC?

Cantidad de horas	Cantidad de estudiantes
De 6 a menos de 12	1
De 12 a menos de 18	4
De 18 a menos de 24	5
De 24 a menos de 30	9
De 30 a 36	13

TRABAJO COTIDIANO – Promedio Ponderado en Datos Agrupados	Valoración
Utiliza la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran agrupados en una distribución de frecuencias al solucionar problemas.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1) La siguiente tabla muestra las horas que invierten semanalmente un grupo de jóvenes en la extracción de basura del acantilado de su comunidad:

Horas dedicadas a la extracción de basura	
Horas	Cantidad de jóvenes
De 3 a menos de 5	2
De 5 a menos de 7	3
De 7 a 9	5

¿Cuántas horas, en promedio, dedica el grupo de jóvenes a dicha actividad?

- A) 3,3
- B) 3,6
- C) 4,6
- D) 6,6

2) Considere la siguiente información:

Horas semanales dedicadas a trabajo social por un grupo de jóvenes	
Horas	Cantidad de jóvenes
De 2 a menos de 4	4
De 4 a menos de 6	6
De 6 a 8	10

Con base en la información dada ¿Cuál es el promedio, en horas, que dedica a trabajo social este grupo de jóvenes a la semana?

- A) 3,3
- B) 4,3
- C) 5,6
- D) 7,6

3) La siguiente tabla muestra las horas semanales que pasa un grupo de personas utilizando el teléfono móvil (celular):

Cantidad de horas semanales utilizando el teléfono móvil	
Cantidad de horas	Cantidad de personas
De 7 a menos de 12	2
De 12 a menos de 17	3
De 17 a menos de 22	5
De 22 a menos de 27	8
De 27 a 32	10

¿Cuántas horas semanales, en promedio, dedica el grupo de personas a utilizar el teléfono móvil?

- A) 19,50
- B) 20,75
- C) 23,25
- D) 25,75

4) Considere la siguiente información, referida al tiempo que tardan estudiantes universitarios en trasladarse desde su casa hasta la universidad M.

Tiempo en minutos	Cantidad de estudiantes
[20, 40[22
[40, 60[20
[60, 80[50
[80, 100[8



¿Cuál es el promedio de tiempo, en minutos, que tardan los estudiantes en trasladarse desde su casa hasta la universidad M?

- A) 58,80
B) 48,80
C) 68,80

5) La siguiente tabla muestra la cantidad de dinero, en colones, que gastan los empleados de una empresa para trasladarse diariamente al trabajo desde su casa.

Cantidad de dinero en colones	Cantidad de empleados
De 300 a menos de 600	6
De 600 a menos de 900	10
De 900 a 1200	4



Con base en la información dada, ¿cuál es en promedio la cantidad de dinero que necesita diariamente cada empleado para trasladarse de su casa al trabajo?

- A) ₡570
B) ₡720
C) ₡750

6) La siguiente tabla muestra las horas que invierten semanalmente los docentes de un liceo en la confección de materiales didácticos para sus lecciones:

Horas	Cantidad de estudiantes
De 2 a menos de 6	4
De 6 a menos de 10	6
De 10 a 14	10



De acuerdo con la información dada, ¿cuántas horas, en promedio, invierte semanalmente cada docente de ese liceo para la confección de material didáctico?

- A) 8,22
B) 9,20
C) 6,67

EVENTOS

HABILIDADES:

-Describir relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión " \cup ", intersección " \cap " y "complemento" e interpretar el significado dentro de una situación o experimento aleatorio.

-Representar mediante diagramas de Venn las operaciones entre eventos.

-Reconocer eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares.

ACTIVIDAD DE INICIO:

Si tomamos dos dados tradicionales (1 al 6) tiramos ambos y se suman sus resultados:



a) ¿Cuáles son todos los posibles resultados que pueden salir?

b) Si quisiera que salgan solo números pares, ¿Cuáles serían esos resultados?

c) Si quisiera que salgan solo números mayores que 8, ¿Cuáles serían esos resultados?

d) Si quisiera que salgan solo números primos, ¿Cuáles serían esos resultados?

e) Si quisiera que salga solo múltiplos de 4, ¿Cuáles serían esos resultados?

ESPACIO MUESTRAL Y EVENTOS

Vamos a ir poco a poco conociendo nuevos conceptos para ir introduciéndonos al mundo de la probabilidad. Inicialmente realizaremos operaciones con eventos de modo que genere nuevos conjuntos al unir, interceptar o complementar esos eventos con los que trabajemos. Primero, recordemos algunos conceptos básicos y los relacionaremos directamente con las respuestas de la actividad de inicio.

¿QUÉ ES UN ESPACIO MUESTRAL?

Consiste en el conjunto de todos los posibles resultados individuales de un experimento aleatorio. Se denota con E.

En la actividad de inicio, hablamos de un espacio muestral que puede representarse como $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ ya que corresponde a todos los posibles resultados al lanzar y sumar los resultados de los dos dados.

¿QUÉ ES UN EVENTO o SUCESO?

Es un subconjunto de un espacio muestral, es decir, un conjunto de posibles resultados que se pueden dar en un experimento aleatorio. Los eventos se denotan con letras mayúsculas como A, B, C, etc.

En la actividad de inicio, al preguntar por los valores mayores que ocho, genera el evento cuyo subconjunto es {9,10,11,12}. Y en el caso de los números primos sería {2,3,5,7,11}

¿QUÉ ES UN PUNTO MUESTRAL?

Corresponde a cada uno de los elementos que componen el espacio muestral o evento. En la actividad de inicio, podemos decir que el evento de los múltiplos de cuatro que es {4,8,12} posee 3 puntos muestrales.

Algunos espacios muestrales comunes:

Resultados al lanzar un dado tradicional de seis caras: _____

Resultados al sumar los resultados de lanzar dos dados tradicionales de seis caras: _____

Resultados al sumar los resultados de lanzar tres dados tradicionales de seis caras: _____

Tirar una moneda costarricense: _____

Tirar dos monedas costarricenses: _____

Tirar tres monedas costarricenses: _____

OPERACIONES CON EVENTOS: UNIÓN, INTERSECCIÓN Y COMPLEMENTO

Las operaciones con eventos son una parte fundamental en la introducción a la teoría de la **probabilidad**. Ofrecen un marco para operar con conjuntos. De la misma forma que podemos operar con otro tipo de elementos, también lo podemos hacer con probabilidades. Ya esto se detallará más adelante. Hoy vamos a conocer las 3 operaciones fundamentales. Sean dos eventos A y B:

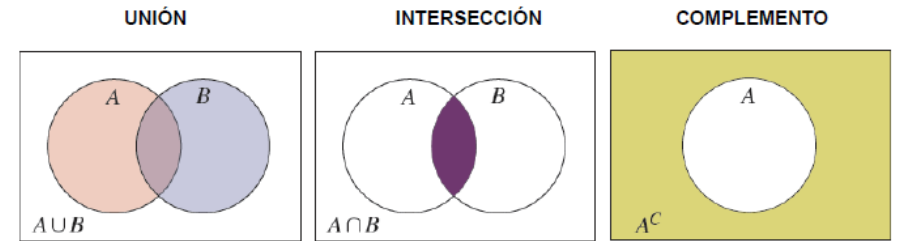
UNIÓN DE EVENTOS: La unión de los eventos A y B es el evento formado por todos los elementos de A y B. Se denota $A \cup B$.

INTERSECCIÓN DE EVENTOS: La intersección de los eventos A y B es el evento formado por todos los elementos que son, a la vez, de A y B. Se denota $A \cap B$.

COMPLEMENTO DE UN EVENTO: El complemento de un evento A contiene los elementos del espacio muestral que NO son miembros de A. Se denota por A^c . Para determinar un complemento, es necesario que tengamos el espacio muestral.

DIAGRAMAS DE VENN: Es un gráfico para representar geoméricamente el espacio muestral y las operaciones que involucra eventos. Normalmente se suelen usar rectángulos para representar el espacio muestral y círculos para representar los eventos o sucesos.

A continuación, una representación general de los diagramas de Venn de las tres operaciones que se estudiarán:



EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Si A y B son eventos, entonces decimos que A y B son mutuamente excluyentes (M.E) si $A \cap B$ es vacía. O sea, si entre dos conjuntos no existen "elementos repetidos".



Volvamos a usar los datos de la actividad inicial donde el espacio muestral es $E = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ y los eventos

A: que salgan números pares $\{2,4,6,8,10,12\}$

B: que salgan números mayores que ocho $\{9,10,11,12\}$



Determine $A \cup B$ _____

Determine $A \cap B$ _____

Determine A^c _____

¿Son los eventos A y B mutuamente excluyentes? Justifique su respuesta:

EJEMPLO#1: Se tienen 9 bolitas numeradas del 1 al 9 en una caja, que se distinguen unas de otras únicamente por su numeración. Se definen los siguientes eventos.

Anote formalmente el espacio muestral: _____

Evento A: Se saca una bolita que tiene número impar _____

Evento B: Se saca una bolita que tiene número primo _____

Evento C: Se saca una bolita que es múltiplo de cuatro _____

Resuelva:

$A \cup B =$ _____ $B \cup C =$ _____

$A \cap C =$ _____ $A \cap B =$ _____

El complemento de C = _____

$B^c =$ _____

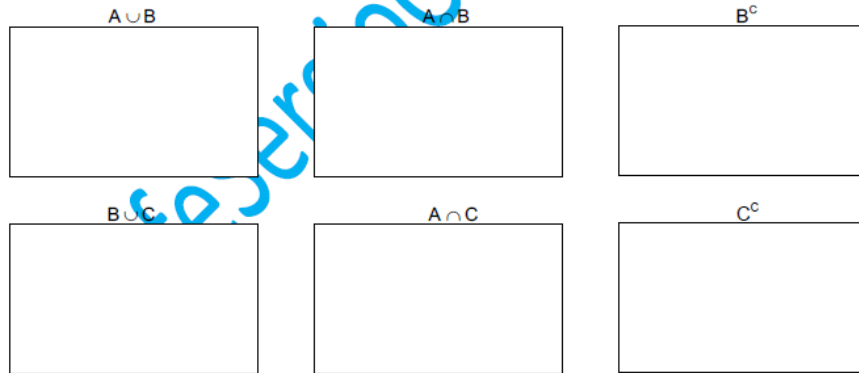
¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento B? _____

¿Cuántos puntos muestrales tiene $A \cup B$? _____

¿Son los eventos B y C mutuamente excluyentes? _____

¿Son los eventos B y A mutuamente excluyentes? _____

EJEMPLO#2: Represente con diagramas de Venn las operaciones $A \cup B$, $A \cap B$, B^c , $B \cup C$, $A \cap C$ y C^c del ejemplo anterior.



EJEMPLO#3: Si lanzamos un dado tradicional de seis caras, considere los siguientes eventos:

K: obtener un número par _____

P: obtener un número primo _____

M: obtener un múltiplo de tres _____

Determine:

$K \cup P =$ _____ $P \cap M =$ _____ $M^c =$ _____

¿Cuántos puntos muestrales tiene $K \cup M$? _____

¿Son K y M mutuamente excluyentes? _____



EJEMPLO#4: El siguiente cuadro presenta 107 sismos que fueron reportados por el Observatorio Vulcanológico y Sismológico de la Universidad Nacional (OVSICORI) en el último año, de acuerdo con la región del país donde se detectó el epicentro.

REGIÓN	Magnitud: Escala de Richter		TOTAL
	Menos de 4	4 o más	
Central	27	7	34
Huetar Norte	3	1	4
Huetar Atlántica	2	1	3
Brunca	13	22	35
Chorotega	13	10	23
Pacífica	2	6	8
TOTAL	60	47	107

Tomado de OVSICORI-UNA

Si un investigador elige aleatoriamente uno de estos sismos se definen los siguientes eventos:

A: que el sismo escogido haya tenido epicentro en la región Brunca.

B: que el sismo haya tenido una magnitud de cuatro o más en la escala de Richter.

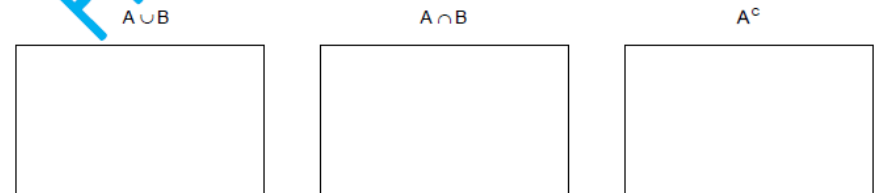
Determine el número de sismos que incluye cada uno de los siguientes eventos, y representelos en diagrama de Venn.

a) ¿Cuántos sismos incluye el evento $A \cup B$? _____

b) ¿Cuántos sismos incluye el evento $A \cap B$? _____

c) ¿Cuántos sismos incluye el evento A^c ? _____

d) ¿Cuántos sismos incluye el evento B^c ? _____



ACTIVIDAD #1: Responde lo que se solicita en cada caso.

1) Una caja contiene 7 bolas enumeradas del 5 al 11, anote:

Su espacio muestral: _____

Considere los siguientes eventos:

A : sacar una bolita que contiene números pares: _____

B : sacar una bolita que contiene números múltiplos de cinco: _____

C : sacar una bolita que contiene números menores que nueve: _____

D : sacar una bolita que contiene números impares: _____

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento B? _____

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento D? _____

¿Cuál es el resultado de $A \cup B$? _____

¿Cuál es el resultado de $C \cap D$? _____

¿Cuál es el complemento de C? _____

¿Son A y D mutuamente excluyentes? _____

¿Son B y C mutuamente excluyentes? _____

2) Considere el espacio muestral E dado por $E = \{8, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21\}$

Considere los siguientes eventos:

Evento M : corresponde a números pares _____

Evento K : corresponde a números primos _____

Evento D : corresponde a números mayores o iguales que 16 _____

Evento J = corresponde a números múltiplos de 4 _____

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento M? _____

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento K? _____

¿Cuál es el resultado de $M \cup D$? _____

¿Cuál es el resultado de $K \cap J$? _____

¿Cuál es el complemento de K? _____

¿Son K y J mutuamente excluyentes? _____

¿Son K y D mutuamente excluyentes? _____

3) Para el experimento TIRAR DOS MONEDAS COSTARRICENSES al mismo tiempo. Donde "e" es escudo y "c" es corona.

Anote su ESPACIO MUESTRAL _____

Ahora, los resultados de los siguientes eventos

Evento N = Que salgan caras repetidas _____

Evento K = Que salga al menos una corona _____

Resuelva $N \cup K =$ _____

Resuelva $N \cap K =$ _____

Resuelva $N^c =$ _____

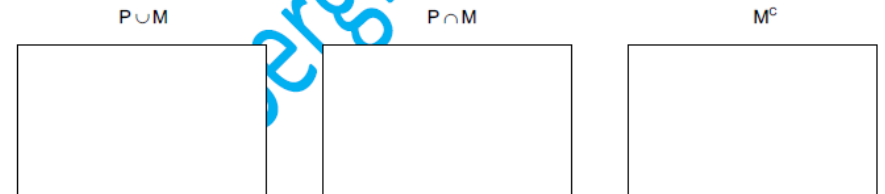
¿Son N y K mutuamente excluyentes? _____

4) Se anota la edad de los estudiantes de un grupo del curso de contabilidad, siendo ese el espacio muestral $E = \{18, 19, 22, 24, 25, 28, 29, 31, 33\}$, y se definen dos eventos:

P: donde las edades sean números primos _____

M: donde las edades sean múltiplos de tres _____

Represente con diagramas de Venn las siguientes operaciones y anote el conjunto que representa su resultado



R/ _____

R/ _____

R/ _____

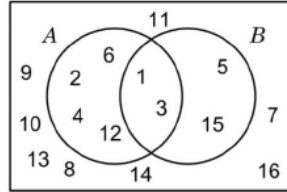
¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento M? _____

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $P \cap M$? _____

¿Son P y M mutuamente excluyentes? _____

5) Considere el siguiente Diagrama de Venn, y analice las siguientes proposiciones para indicar si lo que se dice es falso (F) o verdadero (V).

- a) El espacio muestral corresponde a $E = \{7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16\}$ ()
- b) Es correcto que $B = \{1, 3, 5, 15\}$ ()
- c) Es correcto que $A = \{2, 4, 6, 12\}$ ()
- d) El evento A tiene seis puntos muestrales ()
- e) A y B son mutuamente excluyentes ()
- f) El complemento de B corresponde a $\{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16\}$ ()
- g) El evento $A \cap B$ tiene dos puntos muestrales ()



6) El grupo 10-5 debía inscribirse en alguno de los dos deportes propuestos para la clase de Educación Física:

DEPORTE	Mujeres	Hombres	Total
Voleibol	10	6	16
Basquetbol	7	7	14
Total	17	13	30

Para unas pruebas iniciales, se definen los siguientes eventos:

A: elegir a una persona que se haya inscrito al voleibol.

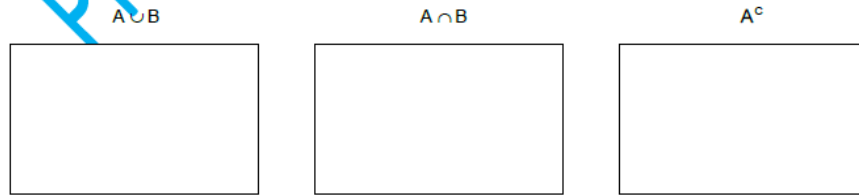
B: elegir a una persona que sea mujer

C: elegir a una persona que se haya inscrito en basquetbol

De acuerdo con lo anterior, responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos estudiantes representa el evento A? _____
- ¿Cuántos estudiantes representa el evento B? _____
- ¿Cuántos estudiantes representa el evento $A \cup B$? _____
- ¿Cuántos estudiantes representa el evento $B \cap C$? _____
- ¿Cuántos estudiantes representa el complemento de B? _____
- ¿Son A y B mutuamente excluyentes? _____
- ¿Son B y C mutuamente excluyentes? _____

Represente en un diagrama de Venn las siguientes operaciones:



7) El administrador de un taller mecánico contabilizó el ingreso de los automóviles con problemas eléctricos, mecánicos y de llantas del último fin de semana. Los datos se resumen en el siguiente cuadro:

	Mecánica	Electricidad	Llantas	Total
Mañanas	5	4	8	17
Tardes	3	2	3	8
Total	8	6	11	25

Si un automóvil que se encuentre en el taller ese fin de semana es elegido al azar, se definen los siguientes eventos:

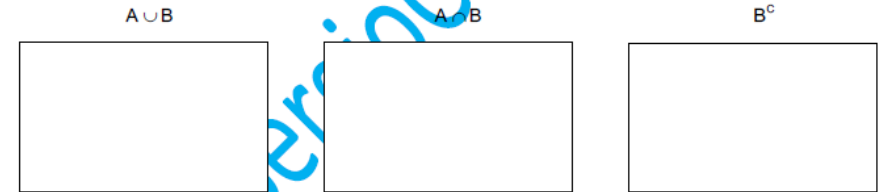
A: que el auto elegido tenga problemas de llantas

B: que el auto elegido haya ingresado en la mañana

Ahora, conteste las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos automóviles están incluidos en el evento B? _____
- ¿Cuántos automóviles están incluidos en el evento $A \cup B$? _____
- ¿Cuántos automóviles están incluidos en el evento $A \cap B$? _____
- ¿Cuántos automóviles están incluidos en el evento B^c ? _____
- ¿Son A y B mutuamente excluyentes? _____

Represente en un diagrama de Venn las operaciones realizadas anteriormente:



TRABAJO COTIDIANO – Eventos: unión, intersección y complemento.	Valoración
Describe relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión, intersección y complemento.	
Representa mediante diagramas de Venn las operaciones entre eventos.	
Reconoce eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Para responder los ítems 1, 2 y 3 lea con atención:

El espacio muestral E está dado por $E = \{3, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 18, 20, 21, 22, 26, 30\}$, Donde cada uno de sus elementos corresponde a los puntos muestrales de un experimento aleatorio. Para este espacio se definen los siguientes eventos:

- A: obtener un número impar.
- B: obtener un número primo.
- C: obtener un número par menor que 20.

1) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El complemento del evento A con respecto a E está constituido por 9 elementos.
- II. El evento $A \cup B$ tiene 6 puntos muestrales.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas B) Ninguna
- C) Solo la I D) Solo la II

2) ¿Cuántos puntos muestrales tiene $B \cap C$?

- A) 0 B) 2
- C) 4 D) 8

3) ¿Cuál es el resultado de resolver B^c ?

- A) $\{3, 5, 7, 13\}$,
- B) $\{3, 5, 7, 9, 13, 21\}$,
- C) $\{18, 20, 21, 22, 26, 30\}$,
- D) $\{6, 9, 10, 12, 18, 20, 21, 22, 26, 30\}$,

4) Considere el experimento de escoger un número natural del uno al doce. Si el evento A es que el número escogido sea impar y el evento B es que el número escogido sea múltiplo de cuatro:

De acuerdo con la información anterior, ¿entonces se cumple con certeza?

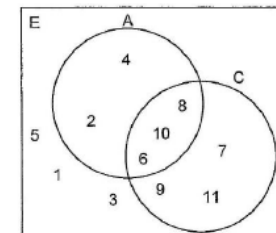
- A) $A \cap B = \{ \}$
- B) $A \cup B = \{4, 8, 12\}$
- C) $A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
- D) $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$



Considere la siguiente información para responder los ejercicios 5, 6 y 7:

Sea el espacio muestral E dado por $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ el cual corresponde a los puntos muestrales de un experimento. Para este espacio muestral se definen los siguientes eventos aleatorios:

- A: obtener un número divisible por 2
- B: obtener un número divisible por 3
- C: obtener un número mayor o igual que 6



Además, se facilita un diagrama que relaciona los eventos A y C (si lo considera necesario represente el evento B en dicho diagrama).

5) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El complemento de C con respecto a E corresponde a $C^c = \{1, 3, 5\}$.
- II. El evento B está compuesto por dos puntos muestrales.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas B) Ninguna
- C) Solo la I D) Solo la II

6) Considere las siguientes proposiciones:

- I. $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$
- II. $A \cap C$ posee tres puntos muestrales.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas B) Ninguna
- C) Solo la I D) Solo la II

7) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El evento C posee seis puntos muestrales.
- II. Los eventos B y C son mutuamente excluyentes.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas B) Ninguna
- C) Solo la I D) Solo la II



Para contestar los ítems 8, 9 y 10 considere la siguiente información referente a un grupo de personas:

Estado civil de un grupo de personas según sexo				
Sexo/estado civil	Casado(a)	Soltero(a)	Divorciado(a)	Total
Mujer	13	9	11	33
Hombre	6	8	12	26
Total	19	17	23	59

Para un estudio, se definen los siguiente eventos:

A: elegir una persona que sea divorciado(a)

B: elegir a un hombre soltero

C: elegir una mujer casada

8) De acuerdo con la información anterior, ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento B?

- A) 6
- B) 8
- C) 12
- D) 26



9) Considere las siguientes proposiciones

I. Los eventos A y B son mutuamente excluyentes.

II. Los eventos B y C son mutuamente excluyentes.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



10) De acuerdo con la información anterior, ¿Cuántos puntos muestrales tiene la operación $B \cup C$?

- A) 0
- B) 8
- C) 13
- D) 21



Para responder los ítems 11, 12 y 13 considere el espacio muestral E dado por $E = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21\}$ y los siguientes eventos:

Evento A: obtener al azar de E un número divisible por 3.

Evento B: obtener al azar de E un número par mayor que 11.

Evento C: obtener al azar de E un número impar menor que 18.

11) Considere las siguientes proposiciones

I. El evento A tiene 5 puntos muestrales

II. El evento C tiene 6 puntos muestrales

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

12) Considere las siguientes proposiciones

I. Los eventos A y C son mutuamente excluyentes

II. Los eventos B y C son mutuamente excluyentes

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

13) Considere las siguientes proposiciones

I. $A \cap C = \emptyset$

II. B^c tiene nueve puntos muestrales

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



Para responder a los ítems 14, 15 y 16 considere la siguiente información:

En un estudio sobre el tipo de cabello de los estudiantes de una sección de octavo año se obtuvo la siguiente información:

Sexo	Tipo de Cabello		Total
	Rizado	Lacio	
Mujeres	4	8	12
Hombres	3	8	11
Total	7	16	23

Para un estudio se definen los siguientes eventos:

A: elegir a una mujer de cabello lacio

B: elegir a un hombre de cabello rizado

C: elegir a una mujer

D: elegir a una persona de cabello rizado

14) De acuerdo con la información anterior, ¿cuántos puntos muestrales tiene el evento C?

- A) 3
- B) 8
- C) 12
- D) 23



15) Determine el número de personas que representa la operación $A \cup B$

- A) 7
- B) 11
- C) 12
- D) 16



16) Considere las siguientes proposiciones

- I. Los eventos A y B son mutuamente excluyentes.
- II. Los eventos C y D son mutuamente excluyentes.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



PROBABILIDADES

HABILIDADES:

- Deducir mediante situaciones concretas las reglas básicas (axiomas) de las probabilidades.
- Deducir las propiedades relacionadas con la probabilidad de la unión y del complemento.
- Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.
- Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.

ACTIVIDAD DE INICIO:

Se requiere el lanzamiento de un dado tradicional de 6 caras y se definen algunos eventos concretos:

A) Se desea que salga un número par.

B) Se desea que salga un número mayor que 8.

C) Se desea que salga un número múltiplo de 3.

D) Se desea que salga un valor desde 1 hasta 6.

Piense en qué tan probable es que suceda cada uno de los eventos anteriores y clasifique cada uno como: probable, imposible o seguro.

¿Puede dar un valor para cada evento que represente su probabilidad?

La mayoría de las personas tiene una noción intuitiva de lo que se entiende por probabilidad, aunque no pueda dar una definición. Por ejemplo, se suele decir "es probable que llueva esta tarde", dando a entender que se tiene mucha confianza o seguridad de que el evento "llueva esta tarde" sí suceda.

La **probabilidad** es una medida que se utiliza para expresar la posibilidad o la chance de que ocurra un evento particular.

En matemáticas, se representa como un número entre 0 y 1, donde 0 significa que el evento es imposible de ocurrir, 1 significa que el evento es seguro de ocurrir o valores intermedios representarán que apenas es probable.

En términos más simples, la probabilidad es una forma de cuantificar cuán probable es que algo suceda. Por ejemplo, si lanzas una moneda costarricense, la probabilidad de que caiga "escudo" es de 0,50 o 50%, lo que significa que tienes la misma probabilidad de que caiga "corona".

La probabilidad se utiliza en una amplia variedad de contextos, desde juegos de azar hasta estadísticas y ciencias naturales, para ayudarnos a tomar decisiones informadas basadas en el grado de incertidumbre en un evento futuro.

CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Es el conjunto de posibilidades de que un evento ocurra o no en un momento y tiempo determinado. Dichos eventos pueden ser medibles a través de una escala de 0 a 1, donde el evento que no pueda ocurrir tiene una probabilidad de 0 (evento imposible) y un evento que ocurra con certeza es de 1 (evento seguro).

Para calcular la probabilidad de que ocurra un evento, aplicamos:

$$P(A) = \frac{\text{numero de resultados favorables}}{\text{numero total de posibles resultados}}$$

Donde A representa el evento y P(A) la probabilidad que suceda A.

Es importante tener claro el espacio muestral del experimento para saber el número total de posibles resultados. El espacio muestral debe ser un conjunto finito y todos los posibles resultados que se pueden dar, deben ser igualmente probables de ocurrir.

EJEMPLO#1: Calcule las probabilidades se las situaciones presentadas a continuación.

1) Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un DOS?	2) Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un número impar?
3) Si tiramos una moneda al aire, ¿Cuál es la probabilidad que salga escudo?	4) Si tiramos DOS monedas al aire (escudo/corona), ¿Cuál es la probabilidad que salga alguna corona?
5) Tengo una canasta con 5 bolas de colores (negra, blanca, verde, azul y roja). Si saco una bola al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que salga blanca?	6) Tengo una canasta con 3 bolas, una negra, otra blanca y otra azul. Si saco una bola al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que salga blanca y negra?

7) Hay una canasta con 6 bolas verdes, 3 bolas azules y 8 bolas rojas. Si quiero sacar una al azar, calcule la probabilidad de:

a) Sacar una bola roja.	b) Sacar una bola azul o roja.
c) Sacar cualquiera menos roja.	d) Sacar una bola que sea verde y azul.



Ejercicios 1 a 6



Ejercicio 7

EJEMPLO#2: Ricardo toma una baraja y selecciona: 7 cartas de Espadas, 8 cartas de Corazones, 3 cartas de Rombos y 2 cartas de Tréboles. Si se toma al azar una carta de las seleccionadas por Ricardo, se definen los siguientes eventos:

A: La carta elegida sea una de espadas.

B: La carta elegida sea de corazones.

C: La carta elegida sea de rombos.

D: La carta elegida sea de tréboles.

E: La carta elegida sea de cruz.

Calcule las siguientes probabilidades:

P(A) = P(B) =

P(C) = P(D) =

P(E) =



ACTIVIDAD#1: Calcule la probabilidad para cada una de las siguientes situaciones

1) Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un tres o un cinco?	2) Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un número par?
3) Si tiramos una moneda al aire, ¿Cuál es la probabilidad que salga escudo?	4) Tengo una canasta con 3 bolas, una negra, otra blanca y otra azul. Si sacó una bola ¿Cuál es la probabilidad de que salga blanca?
5) Mi familia hace una rifa, donde se venden los números de 00 al 99, Determine la probabilidad de ganar si compro solo múltiplos de 15.	6) Tengo una canasta con 3 bolas, una negra, otra blanca y otra azul. Si sacó una bola ¿Cuál es la probabilidad de que salga blanca o negra?
7) Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un múltiplo de 3?	8) Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un número mayor que 1?

9) Hay una canasta con 7 bolas de colores (azul, negra, roja, verde, blanca, amarilla, café), si quiero sacar una al azar, calcule la probabilidad de:

a) Sacar una bola verde.	b) Sacar una bola negra o blanca.
c) Sacar cualquiera menos la azul.	d) Sacar una bola verde, blanca o negra.

10) Hay una canasta con 5 bolas rojas, 3 bolas negras, 4 bolas blancas y 7 bolas azules. Si quiero sacar una al azar, calcule la probabilidad de:

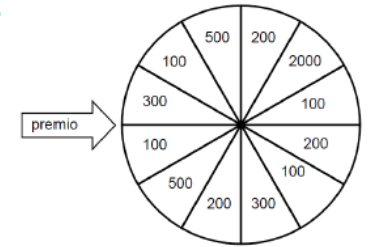
a) Sacar una bola roja.	b) Sacar una bola negra o blanca.
c) Sacar cualquier bola menos la de color azul.	d) Sacar una bola que sea roja y negra.

ACTIVIDAD #2: La siguiente figura representa una tómbola de un programa televisivo de concursos y cada cantidad corresponde a un premio de dinero en efectivo en dólares. El participante hace girar la tómbola y gana el premio de la casilla señalada por la flecha. Todas las casillas tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de ganar el premio de \$2000?

b) ¿Cuál es la probabilidad de ganar el premio de \$100?

c) ¿Cuál es la probabilidad de ganar un premio de \$300 o más?



ACTIVIDAD #3: Jorge es amante de los videojuegos y tiene una colección retro de la consola noventera Super Nintendo que consta de: 28 juegos de plataforma, 12 juegos de deporte, 14 juegos RPG y 8 juegos de peleas.

Cada fin de semana elige al azar uno de estos videojuegos para completarlo, por lo que echa en una bolsa los 62 papelitos con el nombre de cada videojuego y así sacar uno al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de elegir un juego de deporte?

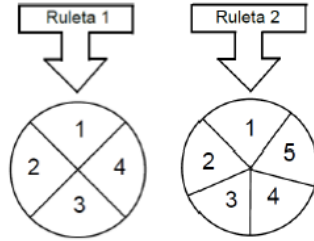
b) ¿Cuál es la probabilidad de elegir un juego RPG?

c) ¿Cuál es la probabilidad de elegir un juego de simulación?

d) ¿Cuál es la probabilidad de elegir un juego peleas o plataforma?



ACTIVIDAD #4: Un juego consiste en hacer girar una vez y simultáneamente dos ruletas, cada uno de los números escritos tiene la misma posibilidad de ser señalados por una flecha, según cada una de las ruletas. Además, la flecha de cada ruleta indicará siempre un número. Las ruletas se muestran a continuación:



a) ¿En cuál ruleta es más probable obtener un tres?	b) ¿En cuál ruleta es más probable obtener un número impar?
c) ¿En cuál ruleta es más probable obtener un múltiplo de 2?	d) ¿En cuál ruleta es menos probable obtener un número primo?

ACTIVIDAD #5: Considere la siguiente información sobre tres cajas con balones diferenciables sólo por su color. Si se elige un balón al azar.

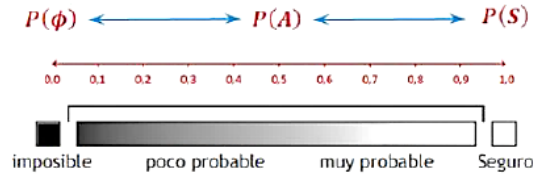
Caja #1	Caja #2	Caja #3
4 rojos	6 rojos	7 rojos
3 azules	5 azules	2 azules
2 blancos	2 blancos	2 blancos

a) ¿En cuál caja existe la mayor probabilidad de sacar un balón blanco?	b) ¿En cuál caja existe la menor probabilidad de sacar un balón rojo?
c) ¿En cuál caja existe la mayor probabilidad de sacar un balón azul o rojo?	d) ¿En cuál caja existe la menor probabilidad de sacar un balón azul o blanco?

REGLAS BÁSICAS DE LAS PROBABILIDADES

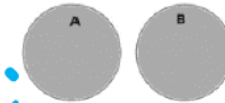
Las reglas básicas o axiomas de la teoría de la probabilidad son un conjunto de principios fundamentales que rigen el cálculo y la interpretación de probabilidades.

- 1) La probabilidad es positiva y menor o igual que 1. Es decir $0 \leq P(A) \leq 1$.
- 2) La probabilidad de un evento seguro es 1. Es decir $P(S) = 1$.
- 3) La probabilidad de un evento imposible es 0. Es decir $P(\emptyset) = 0$.

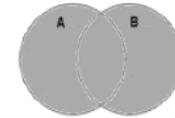


PROPIEDADES DE LAS PROBABILIDADES

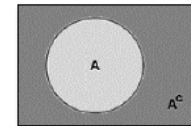
- 4) Si A y B son mutuamente excluyentes, es decir $A \cap B = \emptyset$ entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.



- 5) Si A y B NO son mutuamente excluyentes, es decir $A \cap B \neq \emptyset$ entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.



- 6) La suma de las probabilidades de un evento y su complemento es 1, por lo tanto, la probabilidad del complemento es $P(A^c) = 1 - P(A)$



EJEMPLO#1: Se tiene una cesta con bolas numeradas del 13 al 24 que se distinguen únicamente por su numeración. Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: la bola extraída tiene un número par
 Evento B: la bola extraída tiene un número primo
 Evento C: la bola extraída tiene un número mayor o igual que 20



Si se extrae una bola al azar:

a) Calcule $P(A)$	b) Calcule $P(B)$
c) Calcule $P(A \cup B)$	d) Calcule $P(A \cup C)$
e) Calcule $P(A \cap C)$	f) Calcule $P(B \cap C)$
g) Calcule $P(A^c)$	h) Calcule $P(B^c)$

EJEMPLO#2: Se sortea un viaje a México entre 90 personas. El detalle de estas se presenta en el siguiente cuadro:

Estado Civil	Hombre	Mujer	Total
Soltero	12	16	28
Casado	30	32	62
Total	42	48	90



a) ¿Cuál es la probabilidad que le toque el viaje una persona soltera?	b) Si la persona afortunada se sabe que es mujer, ¿Cuál es la probabilidad que sea soltera?
c) Si la persona afortunada se sabe que es casado, ¿Cuál es la probabilidad que sea hombre?	d) ¿Cuál es la probabilidad que le toque el viaje a una mujer soltera?
e) ¿Cuál es la probabilidad que le toque el viaje a una mujer o un hombre soltero?	f) ¿Cuál es la probabilidad que le toque el viaje a una mujer o una persona casada?

EJEMPLO#3: Becas otorgadas a una muestra aleatoria de 200 estudiantes, según sexo:

Tipo de beca	Hombre	Mujer	Total
Beca 1	10	30	40
Beca 2	60	62	122
Beca 3	20	18	38
Total	90	110	200

Si del total de estudiantes con beca se selecciona en forma aleatoria a uno de ellos, entonces:

1) Calcule la probabilidad que el estudiante elegido sea mujer	2) Calcule la probabilidad que el estudiante elegido tenga beca 3
3) Calcule la probabilidad que el estudiante elegido tenga beca 1 y sea hombre	4) Calcule la probabilidad que el estudiante elegido sea mujer con beca 2
5) Calcule la probabilidad que el estudiante elegido sea hombre de beca 1 o mujer de beca 2.	6) Calcule la probabilidad que el estudiante sea mujer o tenga beca 3.
7) Calcule la probabilidad que el estudiante elegido tenga beca 1 o sea hombre.	8) Si de los estudiantes con beca 2 se escoge en forma aleatoria a uno de ellos, entonces, ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?
9) Si de los estudiantes con beca 3 se escoge en forma aleatoria a uno de ellos entonces, ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre?	10) Si del total de las mujeres se escoge en forma aleatoria a una de ellas, entonces, ¿Cuál es la probabilidad que tenga beca 1?



ACTIVIDAD#1: Se tienen 9 bolas numeradas del 1 al 9 en una caja, que se distinguen unas de otras únicamente por su numeración. Una de las bolas se extrae en forma aleatoria: Se definen los eventos A, B, C y D:

*Evento A: La bola extraída tiene un número par. $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

*Evento B: La bola extraída tienen un número mayor o igual que 6.
 $B = \underline{\hspace{2cm}}$.

*Evento C: La bola extraída tiene un número impar mayor que cinco.
 $C = \underline{\hspace{2cm}}$.

*Evento D: La bola extraída tiene un múltiplo de 3. $D = \underline{\hspace{2cm}}$.

a) Calcule $P(A)$	b) Calcule $P(C)$
c) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento B?	d) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $A \cup B$?
e) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento C^c ?	f) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $C \cap D$?
g) Calcule $P(A \cup C)$	h) Calcule $P(A \cup B)$
i) Calcule $P(C \cup D)$	j) Calcule $P(C \cap D)$
k) Calcule $P(A \cap B)$	l) Calcule $P(A \cap C)$
m) Calcule $P(B^c)$	n) Calcule $P(D^c)$

ACTIVIDAD#2: Se desea seleccionar a un estudiante al azar de un grupo de compañeros de un Colegio Nocturno, para ello se les consulta la edad en años cumplidos, siendo los resultados: $\{15, 16, 18, 19, 21, 25, 29, 30, 32, 46, 50\}$. Se echan las edades anotados en papelitos dentro de una caja. Se define los siguientes eventos:

A: la edad corresponde a un número primo

M: la edad corresponde a un valor mayor a 20 años.

Si se desea seleccionar un estudiante al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda el evento A?	b) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda el complemento de A?
c) ¿Cuál es la probabilidad que suceda el evento $A \cap P$?	d) ¿Cuál es la probabilidad que suceda el evento $A \cup P$?

ACTIVIDAD#3: Considere la siguiente información relacionada con el color favorito de un grupo de personas:

SEXO	COLOR FAVORITO		
	Azul	Rojo	Verde
Hombres	5	7	4
Mujeres	7	7	10
Total	12	14	14

Si se selecciona una persona al azar, entonces:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el color favorito sea rojo?	b) ¿Cuál es la probabilidad de elegir a una mujer o un hombre cuyo color favorito sea azul?
c) ¿Cuál es la probabilidad de elegir a una mujer o que el color favorito sea verde?	d) ¿Cuál es la probabilidad de elegir a un hombre cuyo color favorito sea rojo?

ACTIVIDAD#4: A continuación, se presenta la información de 26 estudiantes distribuidos en hombres y mujeres, que estudian tanto artes como educación ambiental. Se quiere elegir una persona al azar respecto al total:

TALLER EXPLORATORIO SELECCIONADO			
Estudiante	Artes	Educación Ambiental	Total
Hombres	5	5	10
Mujeres	12	4	16
Total	17	9	26

a) ¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea mujer?	b) ¿Cuál es la probabilidad que la persona elegida sea mujer de arte o hombre de ambiental?
c) ¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea mujer y haya elegido arte?	d) ¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea hombre o haya elegido educación ambiental?
e) ¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea hombre?	f) ¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea hombre y haya elegido educación ambiental?
g) ¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea mujer y haya elegido educación ambiental?	h) ¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea mujer o haya elegido arte?

ACTIVIDAD#5: Se ha recolectado información de accidentes automovilísticos clasificando la información en accidente grave (si alguien murió) o accidente leve (si alguien no murió). También fue posible identificar en cada caso si el conductor estaba bajo los efectos del alcohol justo antes del accidente. La información recolectada se resume en el siguiente cuadro:

Conductor	Accidente grave	Accidente leve	Total
Bebió alcohol	82	50	132
No bebió alcohol	40	36	76
Total	122	86	208

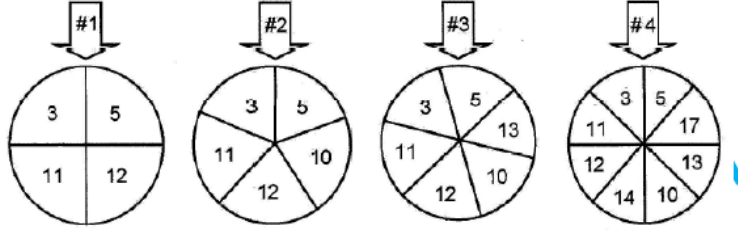
Si se elige al azar la información de uno de los accidentes:

a) Calcule la probabilidad que el accidente elegido sea leve.	b) Calcule la probabilidad que el accidente elegido sea de un conductor que no bebió alcohol.
c) Calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea grave y el conductor haya bebido alcohol.	d) Calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea grave o el conductor haya bebido alcohol.
e) Calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea leve y el conductor no haya bebido alcohol.	f) Calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea leve o el conductor haya bebido alcohol.
g) Entre los accidentes leves, calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea de un conductor que no haya bebido alcohol.	h) Entre los conductores que bebieron alcohol, calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea grave.

TRABAJO COTIDIANO – Probabilidades	Valoración
Aplica los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.	
Utiliza probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Para responder los ítems 1, 2 y 3 considere las siguientes cuatro ruletas:



Suponga que al hacer girar cualquier ruleta cada uno de sus números tiene la misma probabilidad de obtenerse, la flecha siempre señala un espacio con un número en él y cada ruleta se hace girar una sola vez.

1) Si desea tener la mayor probabilidad de obtener un número primo entonces se debe girar la ruleta número ____.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4



2) Si desea tener la mayor probabilidad de obtener un número par, entonces, se debe girar la ruleta número ____.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4



3) "La probabilidad de obtener un tres, es $\frac{1}{6}$ ". Lo anterior es posible en la ruleta número ____.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4



Para responder los ítems 4, 5 y 6 considere la siguiente información:

En un concurso, hay cuatro urnas que contienen bolas diferenciadas solo por el número inscrito en ellas. El concurso consiste en que el presentador solicita un número con ciertas características. El participante debe elegir una de las urnas, meter la mano y sacar una bola al azar. Si el número inscrito en la bola cumple con lo solicitado por el presentador, entonces, el participante gana un premio.

La urna # 1 contiene 5 bolas enumeradas del 3 al 7.
La urna # 2 contiene 7 bolas enumeradas del 1 al 7.
La urna # 3 contiene 6 bolas enumeradas del 5 al 10.
La urna # 4 contiene 5 bolas enumeradas del 6 al 10.

4) Con base en la información dada, si el presentador solicita un número impar, entonces, la urna que debe elegir el participante para tener mayor probabilidad de ganar corresponde a la # ____.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4



5) Con base en la información dada, si el presentador solicita un número par, entonces, la urna que debe elegir el participante para tener mayor probabilidad de ganar corresponde a la # ____.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4



6) Según la información dada, si el presentador solicita un número divisible por 5, entonces, la urna que debe elegir el participante para tener mayor probabilidad de ganar corresponde a la # ____.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4



Para contestar los ítems 7 y 8 considere la siguiente información sobre eventos aleatorios:

Se tienen dos dados con diferente cantidad de caras. En cada uno de los dados todas sus caras tienen igual probabilidad de obtenerse:

Dado A: tiene seis caras numeradas del 1 al 6 (un número diferente en cada cara).

Dado B: tiene doce caras numeradas del 1 al 12 (un número diferente en cada cara).

7) Considere las siguientes proposiciones:

I. Si se desea contar con la mayor probabilidad de obtener un número menor que 4, entonces, se debe elegir el dado A.

II. Si se desea contar con la mayor probabilidad de obtener un número mayor que 4, entonces, se debe elegir el dado B.

De ellas son verdaderas

- A) ambas B) ninguna
C) solo la I D) solo la II



8) Considere las siguientes proposiciones:

I. Si se desea tener la mayor probabilidad de obtener un número mayor que 3 y menor que 9, entonces, se debe elegir el dado B.

II. Para obtener un número par es indiferente el dado que se elija pues en ambos se tiene la misma probabilidad de lograrse.

De ellas son verdaderas

- A) ambas B) ninguna
C) solo la I D) solo la II



Para responder los ítems 9 y 10 considere la siguiente información:

En cuatro frascos, hay cierta cantidad de dulces que sean diferenciables solo por su sabor especificado en la etiqueta, a saber:

Sabores	Menta	Naranja	Tutifruiti	Total
Frasco #1	4	6	9	19
Frasco #2	7	5	4	16
Frasco #3	3	4	4	11
Frasco #4	3	9	3	15

9) Para tener la menor probabilidad de extraer al azar un dulce de sabor tutifruiti o menta, se debe elegir el frasco # _____.

- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4



10) Para tener la mayor probabilidad de extraer al azar un dulce de menta o naranja, se debe elegir el frasco # _____.

- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4



Para responder los ítems 11, 12 y 13 considere la siguiente información

En un estudio relacionado con la lateralidad de los estudiantes de un centro educativo, se obtuvieron los siguientes datos:

Sexo/Lateralidad	Izquierdo(a)	Derecho(a)	Total
Mujeres	2	18	20
Hombres	3	30	33
Total	5	48	53

11) Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer sin importar su lateralidad?

- A) $\frac{2}{53}$
B) $\frac{18}{53}$
C) $\frac{20}{53}$
D) $\frac{53}{53}$



12) Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer de lateralidad izquierda o un hombre de lateralidad derecha?

- A) $\frac{21}{53}$
B) $\frac{25}{53}$
C) $\frac{32}{53}$
D) $\frac{35}{53}$



13) Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea un hombre de lateralidad izquierda o una mujer sin importar la lateralidad?

- A) $\frac{22}{53}$
B) $\frac{23}{53}$
C) $\frac{36}{53}$
D) $\frac{38}{53}$



Para responder los ítems 14 y 15, considere la siguiente información, que es un resumen sobre el índice de masa corporal (IMC) de los estudiantes de 4 grupos de undécimo año:

Grupo \ IMC	Normal		Alto		Bajo	
	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
11-1	8	3	4	6	1	5
11-2	6	3	7	4	2	6
11-3	6	4	8	1	5	4
11-4	8	2	7	5	1	5
Total	28	12	26	16	9	20

14) Para obtener la mayor probabilidad de extraer al azar un hombre con IMC bajo o una mujer con un IMC alto se debe elegir el grupo

- A) 11-1) 11-2
C) 11-3 D) 11-4



15) Para obtener la mayor probabilidad de extraer al azar un hombre o una mujer ambos con IMC normal se debe elegir el grupo

- A) 11-1) 11-2
C) 11-3 D) 11-4



Para responder los ítems 16 y 17 considere la siguiente información referida a cuatro bolsas que contienen bolas solo diferenciables por su color:

Bolsa	Bolas Blancas	Bolas Azules	Bolas Verdes
1	2	4	3
2	3	5	4
3	3	8	6
4	3	2	2

16) Para obtener la mayor probabilidad de extraer al azar, una bola azul, se debe elegir la bolsa _____.

- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4



17) Para obtener la mayor probabilidad de extraer al azar, una bola blanca o azul, se debe elegir la bolsa _____.

- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

