



EDITORIAL PROYECTOS QR

ESTADÍSTICA 10

COLEGIOS TÉCNICOS

www.profesergiocm.com



NOMBRE: _____ GRUPO: _____

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ESTADÍSTICA | DÉCIMO AÑO | TÉCNICO

ESTADÍSTICA 10°

TABLA DE CONTENIDOS	Página
REPRESENTACIONES TABULARES Y GRÁFICAS	2
MEDIDAS: PROMEDIO, MODA, MEDIANA, MÍNIMO, MÁXIMO, CUARTILES	7
SIMETRÍA Y ASIMETRÍA EN UNA DISTRIBUCIÓN DE DATOS	10
MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA - PORCENTAJES	21
MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA - DATOS AGRUPADOS	28

Apto para COLEGIOS TÉCNICOS (C.T.P)

PRECIO: 3.000 [32 Pág]

Este folleto se entrega en PDF y con personalización en el encabezado.

Contacto: 60147147

TODOS LOS EJEMPLOS DEL FOLLETO VIENEN EXPLICADOS en VÍDEOS QR.

SE HAN AÑADIDO MÁS EJERCICIOS ADICIONALES

El objetivo de esta MUESTRA es que pueda revisar

REPRESENTACIONES TABULARES Y GRÁFICAS

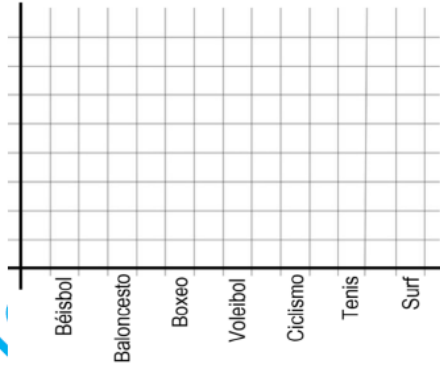
HABILIDAD:

Utilizar diferentes tipos de representaciones gráficas o tabulares para el análisis de datos cualitativos y favorecer la resolución de problemas vinculados con diversas áreas.

ACTIVIDAD DE INICIO:

Se va a recopilar la siguiente información con los estudiantes que hay en el grupo en este momento contestando la pregunta, ¿Cuál de los deportes (béisbol, baloncesto, boxeo, voleibol, ciclismo, tenis y surf) le gustaría aprender a practicar? Todos los estudiantes deben elegir uno, llenar la tabla de frecuencias y realizar una representación gráfica.

Deporte	Frecuencia
Béisbol	
Baloncesto	
Boxeo	
Voleibol	
Ciclismo	
Tenis	
Surf	
TOTAL	



Conteste las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos estudiantes en total eligieron voleibol y surf? _____.
- ¿Cuál deporte se puede considerar "la moda"? _____.
- ¿Cuál es el porcentaje que le corresponde al deporte más frecuente? _____.
- ¿Cuál es la diferencia porcentual entre los que eligieron Tenis y Baloncesto? _____.
- Si los que eligieron voleibol se matricularan en una academia que cobra 12000 el mes, ¿Cuánto dinero recaudaría esa academia en ese primer mes? _____.

Casi todos los trabajos que se hacen en estadística comienzan con el proceso de recolección de datos necesarios para formar con ellos un conjunto que se utilizará en el estudio. Por lo tanto, se requiere disponer de herramientas que permitan organizar y presentar las observaciones de tal forma que los aspectos más sobresalientes de las mismas sean fáciles de percibir. Los métodos que se utilizan para describir conjuntos de datos son los tabulares y los gráficos.

Los métodos tabulares (o por medio de tablas) consisten en llevar los resultados a cuadros para facilitar su proceso. El ejemplo más importante del uso del método tabular en la presentación de conjuntos de datos es la tabla de frecuencias o distribución de frecuencias.

Los métodos gráficos consisten en elaborar una representación o imagen que, combinando la utilización de sombreado, colores, puntos, líneas, superficies, símbolos, números, texto y un sistema de referencia (coordenadas), permiten presentar información y ver la relación que esos datos guardan entre sí y facilitar su interpretación.

Analizamos el siguiente caso:

En el año 2020 mientras el país sufría cada vez más aumentos de casos del COVID-19 la prensa nos llenaba de una gran variedad de datos estadísticos. La página del Ministerio de Salud diariamente informaba sobre los casos acumulados por provincia y por cantón. La siguiente tabla corresponde al lunes cuatro de mayo del 2020 y posee los casos confirmados hasta esa fecha, por cantón en la provincia de Cartago.

CANTONES DE LA PROVINCIA DE CARTAGO	CASOS CONFIRMADOS (Frecuencia Absoluta)	PORCENTAJE
Cartago	17	
Alvarado	1	
El Guarco	5	
Jiménez	2	
La Unión	23	
Oreamuno	5	
Paraíso	1	
Turrialba	1	
TOTAL	55	



Cálculo de los porcentajes

- ¿Cuáles eran los cantones que acumulaban menos casos de COVID 19? _____.
- ¿Cuál es el cantón que acumulaba el mayor porcentaje de COVID19? _____.
- ¿Qué porcentaje de casos correspondía al cantón de Turrialba? _____.
- Analice las siguientes proposiciones e indique para cada una si es falsa o verdadera
 - El cantón que se consideraba en ese momento "moda" corresponde a Cartago _____.
 - Los casos acumulados entre la Unión, Oreamuno y Paraíso, juntos superaban el 50% de casos de la provincia: _____.
 - Uno de los cantones con menor probabilidad de adquirir el virus a esa fecha, era El Guarco: _____.
 - Los casos de Alvarado, el Guarco y Jiménez acumulaban un total del 10: _____.
 - Oreamuno y el Guarco poseían la misma cantidad de casos a esa fecha: _____.

ACTIVIDAD #1: Analice la información presentada en cada caso y conteste las preguntas. Realice los cálculos necesarios cuando corresponda.

1) El histórico consumo de agua por mes, de una determinada familia, se detalla en el siguiente cuadro. Tome en cuenta mes a mes se paga a €500 por cada metro cúbico.

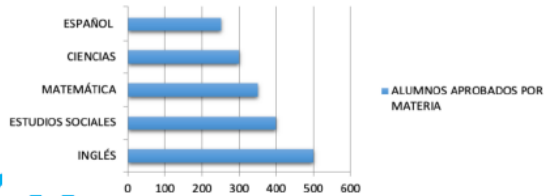
	Mes	Consumo m ³
a) ¿Cuántos metros cúbicos se consumieron en ese 2023?	Enero 2023	23
	Febrero 2023	20
b) Respecto al consumo anual, ¿qué porcentaje corresponde al consumo del mes de octubre?	Marzo 2023	17
	Abril 2023	18
c) Respecto al consumo anual, ¿qué porcentaje corresponde al consumo del mes de mayo?	Mayo 2023	23
	Junio 2023	20
d) ¿Cuánto tuvo que pagar en el mes de más consumo?	Julio 2023	24
	Agosto 2023	30
e) ¿Cuánto tuvo que pagar en el mes de menos consumo?	Setiembre 2023	23
	Octubre 2023	17
f) ¿Cuál fue el consumo de agua, en metros cúbicos, más común durante esos meses?	Noviembre 2023	15
	Diciembre 2023	20

g) ¿Cuánto tuvo que pagar la familia en total en el primer trimestre del año? _____

h) ¿Cuánto más pagó esa familia en julio respecto a lo que pagó en marzo? _____

2) En una Escuela de San José se hizo un estudio de los estudiantes aprobados de acuerdo con las cinco materias básicas. Se realizó la siguiente representación:

ALUMNOS APROBADOS POR MATERIA



a) ¿En cuál asignatura se alcanzó una mayor aprobación por parte de los estudiantes? _____

b) ¿Cuál asignatura obtuvo la promoción más baja? _____

c) ¿Qué cantidad total de estudiantes aprobaron en Ciencias y Matemáticas? _____

d) Añote en el espacio si lo que dice la proposición es Falso o Verdadero:

d.1) Más de 300 estudiantes aprobaron Matemáticas (_____)

d.2) Aprobaron más estudiantes en Estudios Sociales que en inglés (_____)

d.3) La cantidad de aprobados en Español es un valor mayor que 300 y menor que 400 (_____)

d.4) En Estudios Sociales aprobaron 400 estudiantes (_____)

3) Tienda LA MODA realizó un registro de la última semana de noviembre sobre la venta de un modelo específico de pantalón que tenía en oferta, la cantidad de ventas diarias se presenta en la siguiente tabla:

Día	Pantalones vendidos
Lunes	9
Martes	6
Miércoles	4
Jueves	4
Viernes	12
Sábado	15
Domingo	10

a) ¿Cuántos pantalones se vendieron en la semana? _____

b) Si por cada pantalón que se vende, hay una ganancia de €2500, ¿Cuál fue la ganancia acumulada con las ventas de viernes, sábado y domingo? _____

c) De acuerdo con el total vendido en la semana, ¿qué porcentaje de ventas corresponde al martes? _____

d) De acuerdo con el total vendido en la semana, ¿qué porcentaje de ventas corresponde al viernes? _____

e) ¿Qué porcentaje corresponde al día que más ventas hubo? _____

4) El siguiente cuadro presenta la cantidad de diplomas entregados en la Universidad Central de San José durante el 2022 en todas sus carreras:

Grado académico	Diplomas entregados
Diplomado	35
Profesorado	15
Bachillerato	95
Licenciatura	42
Maestría	14
Doctorado	5

a) ¿Cuántos títulos se entregaron en total durante el 2022? _____

b) ¿Cuál es el porcentaje que corresponde al grado de Licenciatura? _____

c) ¿Cuál es el porcentaje que corresponde al grado de Doctorado? _____

d) ¿Cuáles son los grados académicos con más y menos títulos entregados? _____

TRABAJO COTIDIANO – Representaciones Tabulares y Gráficas	Valoración
Utiliza diferentes tipos de representaciones gráficas para el análisis de datos cualitativos.	
Utiliza diferentes tipos de representaciones tabulares para el análisis de datos cualitativos.	

EJERCICIO ADICIONAL

Se presenta una tabla con la información de la distribución detallada por provincia, de los 57 diputados de nuestra Asamblea Legislativa para el período 2022-2026.

Partido al que representa	Cantidad total de Diputados	San José	Cartago	Alajuela	Puntarenas	Guanacaste	Heredia	Limón
Liberación Nacional	19	5	3	3	2	2	2	2
Progreso Social Democrático	10	4	1	2	1	1	1	
Unidad Social Cristiana	9	2	1	2	1	1	1	1
Frente Amplio Liberal Progresista	6	3	1	1			1	
Nueva República	6	3	1	1			1	
	7	2		2	1			2

- a) ¿Cuál es la provincia con menor representación en la Asamblea Legislativa? ¿qué porcentaje representa a nivel nacional?
- b) ¿Cuál es la provincia con mayor representación en la Asamblea Legislativa? ¿qué porcentaje representa a nivel nacional?
- c) ¿Cuál es el partido político que tiene la menor representación en la Asamblea Legislativa?
- d) ¿Cuál es el partido que tiene la mayor representación en la Asamblea Legislativa y qué porcentaje a nivel nacional?
- e) ¿Cuántos representantes tiene el partido Unidad Social Cristiana en Alajuela? ¿qué porcentaje representa en esa provincia?
- f) ¿Cuántos representantes tiene el partido Liberación Nacional en San José? ¿qué porcentaje representa en esa provincia?
- g) ¿Qué porcentaje corresponde al Partido Nueva República a nivel nacional?
- h) ¿Qué porcentaje corresponde a los representantes de la provincia de Limón?
- i) ¿Cuál o cuáles partidos tienen representación en todas las provincias?



MEDIDAS DE POSICIÓN

HABILIDADES:

• Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas.

• Identificar la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos.

• Utilizar la calculadora o la computadora para calcular las medidas estadísticas correspondientes de un grupo de datos.

ACTIVIDAD DE INICIO:

En una tienda de ropa, se lleva el registro cada dos semanas, de las ventas diarias de cierto estilo de camiseta deportiva. En este caso, se presenta el resumen de las ventas desde el lunes 4 al domingo 17.

Fecha	Ventas	Fecha	Ventas
Lunes 4 de setiembre	8	Lunes 11 de setiembre	5
Martes 5 de setiembre	7	Martes 12 de setiembre	8
Miércoles 6 de setiembre	9	Miércoles 13 de setiembre	7
Jueves 7 de setiembre	9	Jueves 14 de setiembre	7
Viernes 8 de setiembre	12	Viernes 15 de setiembre	9
Sábado 9 de setiembre	15	Sábado 16 de setiembre	16
Domingo 10 de setiembre	14	Domingo 17 de setiembre	12

- a) ¿En cuál fecha se registró la menor cantidad de ventas?
- b) ¿En cuál fecha se registró la mayor cantidad de ventas?
- c) En promedio, ¿Cuántas camisetas se vendieron en esas dos semanas?
- d) ¿Cuál es la cantidad más frecuente de camisetas vendidas que se registró en esas dos semanas?
- e) Ordene ascendentemente las ventas registradas, ¿cuál sería el valor central que divide esas ventas en dos conjuntos con igual cantidad de elementos?

El propósito básico de cada una de las **medidas de posición** consiste en resumir en un valor una característica particular de todo el grupo de datos. El análisis se debería enfocar en esa característica, pues es la que le va a permitir interpretar adecuadamente estas medidas. A continuación, se detalla cada una de las medidas de posición que se estudiarán:

- a) **Mínimo:** Es el menor valor de los datos, se denota **Min**.
- b) **Máximo:** Es el mayor valor de los datos, se denota **Max**.
- c) **Recorrido o rango:** Se obtiene de la diferencia entre el valor mayor y menor. $R = \text{Max} - \text{Min}$.
- d) **Moda:** Es el valor más frecuente de los datos, se denota **Mo**. Un conjunto podría tener una o dos modas.
- e) **Media aritmética o promedio:** Es la suma de todos los valores, dividido entre la cantidad total de datos, se denota \bar{X} .
- f) **Mediana:** Es el valor central o número intermedio de los datos ordenados, es decir que la mitad de los números son superiores a la mediana y la mitad de los números tienen valores menores que la mediana. Se denota **Me**. Si la cantidad de valores es grande, se puede ubicar la posición de la mediana con la fórmula $Me = \frac{n+1}{2}$, donde "n" es el número total de datos.

Si la cantidad "n" de elementos **es IMPAR**, entonces la mediana se detecta fácilmente.
 ¿Cuál es la mediana de 25, 36, 47, 33, 20?
 20, 25, 33, 36, 47 – se ordenan y se detecta el valor central.
 R/La mediana es **33**.

Si la cantidad "n" de elementos **es PAR**, entonces la mediana está en medio de los dos valores centrales.
 ¿Cuál es la mediana de 24, 36, 84, 54, 29, 48, 25, 63?
 24, 25, 29, 36, 48, 54, 63, 84 – se ordenan y se detecta el valor central.
 Pero aquí hay DOS valores centrales. **36 y 48**. ¿Cuál es el centro de esos dos valores?
 $Me = \frac{36 + 48}{2} = 42$, R/ Por lo tanto, la mediana es **42**.

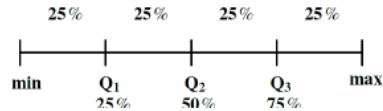
g) **Cuartiles:** Los cuartiles son tres valores que dividen una muestra de datos en cuatro partes porcentuales iguales.

Primer cuartil (Q₁): El primer cuartil, también conocido como el cuartil inferior, es el valor que divide el conjunto de datos en el 25% inferior y el 75% superior. En otras palabras, el 25% de los datos son iguales o menores que el valor de Q₁ mientras que el 75% restante son mayores.

Segundo cuartil (Q₂): Es el mismo valor conocido como **Mediana**. Divide los datos en dos partes iguales: el 50% inferior y el 50% superior. Es el valor en el centro del conjunto de datos cuando se organizan de manera ascendente. La mediana es un indicador de la tendencia central de los datos.

Tercer cuartil (Q₃): También conocido como el cuartil superior, separa el 75% inferior de los datos del 25% superior. Esto significa que el 75% de los datos son iguales o menores que el valor de Q₃, mientras que el 25% superior es mayor.

Gráficamente, podemos visualizar los cuartiles de las siguientes maneras:



EJEMPLO #1: El siguiente conjunto de datos presenta las calificaciones de un estudiante en sus distintas asignaturas cursadas:

90 100 72 83 75 90 85 88 93

Promedio: _____ Mínimo: _____
 Moda: _____ Máximo: _____
 Mediana: _____ Recorrido: _____



Explica promedio, moda y mediana

EJEMPLO #2: Guiados por su docente, determine el valor de los tres cuartiles si tenemos la estatura en centímetros del equipo titular de fútbol del cantón:

174 152 155 155 178 180 182 162 170 175 189



EJEMPLO #3: Puede practicar los cuartiles con estos 4 conjuntos ya ordenados. En el video puede encontrar la explicación completa de cada uno y una alternativa usando la calculadora CASIO Classwiz.

0 0 1 3 4 4 5 6 7 10 13 10 11 13 14 15 18 19 21 22 24



30 31 32 32 36 38 39 40 46 48 50 56 450 480 490 545 560 700 725 800 850 877 899 950 1050

SIMETRÍA Y ASIMETRÍA EN UNA DISTRIBUCIÓN DE DATOS

A partir de una distribución de los datos se puede generar una curva que muestra como los datos tienden a reunirse de acuerdo con la frecuencia con que se hallen dentro de una distribución. Se clasifica en tres casos:

Simétrica: Ocurre cuando en una distribución los datos se ubican aproximadamente en la misma cantidad a ambos lados del eje de simetría, por lo cual no se produce sesgo o cola a ningún lado, se le conoce como una distribución normal.

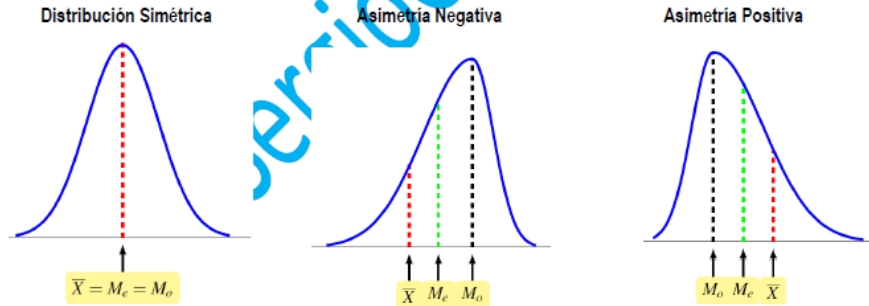
Aquí se cumple que $\bar{x} = Me = Mo$

Asimetría negativa: Ocurre cuando en una distribución la mayoría de datos se ubican a la izquierda del eje de simetría, lo cual produce un estrechamiento, sesgo o cola al lado izquierdo, siendo estos datos más distintos entre sí y alejados de la media.

Aquí se cumple que $\bar{x} < Me < Mo$

Asimetría positiva: Ocurre cuando en una distribución la mayoría de datos se ubican a la derecha del eje de simetría, lo cual produce un estrechamiento, sesgo o cola al lado derecho, siendo estos datos más distintos entre sí y alejados de la media.

Aquí se cumple que $\bar{x} > Me > Mo$



Con solo la mediana y promedio se puede determinar el tipo de distribución, ya que en ocasiones es posible que no exista moda.

EJEMPLO #3: Se presenta un resumen estadístico de las notas finales obtenidas por 5 estudiantes. Indique el tipo de asimetría para cada uno.

Estudiante	Media aritmética	Mediana	Moda	Distribución
Marco	87	84	82	
César	89	89	89	
Elías	95	92	---	
Roberto	75	72	71	
Francisco	90	93	---	

EJEMPLO #4: Los siguientes datos representan las notas obtenidas por un grupo de estudiantes en un examen de Química:

45 55 57 64 69 75 76 78 79 81 83 89

Determine la mediana y el promedio e indique el tipo de asimetría que presenta.



Repaso y
Ejemplos 3 y 4

ACTIVIDAD #1: Calcule lo que se solicita en cada caso. Debe presentar los procedimientos completos para llegar al resultado final (en caso de requerirlo).

1) Las masas en gramos de 10 gallinas de una granja son:

950 950 980 1000 1200 1220 1240 1350 1500 1700

Determine:

Promedio: _____ Mínimo: _____
 Moda: _____ Máximo: _____
 Mediana: _____ Recorrido: _____
 Cuartil 1: _____ Cuartil 3: _____

2) Las temperaturas registradas en grados Celsius en los primeros siete días del mes de marzo del 2023 en Alajuela fueron: 33°, 34°, 31°, 35°, 32°, 33° y 34°.

Determine:

Promedio: _____ Mínimo: _____
 Moda: _____ Máximo: _____
 Mediana: _____ Recorrido: _____
 Cuartil 1 : _____ Cuartil 3 : _____

3) Anoche volví a jugar el clásico video juego PAC-MAN, y luego de jugarlo seis veces obtuve las siguientes puntuaciones:

3200 1858 1400 3650 1500 3900

Determine:

Promedio: _____ Mínimo: _____
 Moda: _____ Máximo: _____
 Mediana: _____ Recorrido: _____

ACTIVIDAD #2: Calcule lo que se solicita en cada caso e interprete la información.

1) Juan y Marco entrenaron los 7 días de la semana para la competencia de atletismo de los 800 metros libres y los registros de sus tiempos (en segundos) son los siguientes:

JUAN	102	105	110	100	109	109	107
MARCO	102	101	108	114	119	104	108

De acuerdo con la información anterior, analice las siguientes proposiciones e indique para cada uno si es FALSA o VERDADERA.

- a) En promedio, Juan tiene mejores tiempos que Marco (_____)
- b) En este contexto, el mejor tiempo lo representa el valor mínimo (_____)
- c) El mejor tiempo de Juan supera al mejor tiempo de Marco (_____)
- d) La mediana de Juan corresponde a un tiempo mayor que la mediana de Marco (_____)
- e) El recorrido de los tiempos de Marco corresponde a 4 segundos (_____)
- f) La moda de ambos, corresponde al mismo valor (_____)

2) El salario mensual (con sus bonificaciones) de los últimos 10 meses, en dólares, de un empleado de cierta compañía corresponde a:

1200 1250 1100 1275 1400 1000 1600 1550 1275 1500

Complete el siguiente cuadro resumen, con los datos solicitados y analice las siguientes proposiciones para determinar si lo que dice es FALSO o VERDADERO.

Mínimo	Cuartil 1	Cuartil 2	Cuartil 3	Máximo

- a) El recorrido de los salarios corresponde a \$600. (_____)
- b) Un 50% de los datos corresponde a salarios mayores o iguales que \$1275. (_____)
- c) Un 25% de los datos corresponde a salarios mayores o iguales que \$1550. (_____)
- d) La moda corresponde a \$1500. (_____)
- e) Un 25% de los salarios corresponde a valores mayores o iguales \$1000 y menores o iguales que \$1200. (_____)

3) En una empresa se realizó una encuesta sobre las edades, en años, de las personas trabajadoras que ahí laboran. En la siguiente tabla se presentan algunas medidas de posición que se obtuvieron de esa encuesta:

Medida de Posición	Valor
Mínimo	40
Moda	45
Máximo	62
Cuartil 1	43
Cuartil 2	55
Cuartil 3	60

Analice las siguientes proposiciones para determinar si lo que dice es FALSO o VERDADERO.

- a) La persona más joven de esa empresa tiene 42 años. (_____)
- b) La edad más frecuente entre los empleados es de 45 años. (_____)
- c) La mitad de las edades de los empleados se ubican entre los 55 y 62 años. (_____)
- d) Un 25% de las edades de los empleados se ubican entre los 43 y 55 años. (_____)
- e) El empleado con más edad tiene 62 años. (_____)
- f) Con certeza, hay un empleado que tiene 57 años. (_____)

ACTIVIDAD #3: Resuelva lo que se solicita en cada caso y así determinar el tipo de asimetría que posee cada situación.

1) Considere la información referente a la cantidad de saltos de cuerda que da un atleta, en dos jornadas de entrenamiento diferente: una en la mañana, en la tarde y otra en la noche (en cada jornada realiza 12 intentos). En la siguiente tabla se muestra un resumen de lo logrado por el atleta:

Cantidad de saltos						
Jornada del entrenamiento	Mínimo	I cuartil	Mediana	III cuartil	Máximo	Promedio
En la mañana	55	63	66	68	75	64,25
En la tarde	59	60	66	70	100	69,5
En la noche	50	52	58	63	85	58

- a) ¿En cuál jornada los datos presentan una asimetría negativa? _____
- b) ¿En cuál jornada los datos presentan una distribución simétrica? _____
- c) ¿En cuál jornada los datos presentan una asimetría positiva? _____

2) Se tiene el precio en colones de un mismo artículo en siete distintos negocios:

750 600 665 770 1000 800 650

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

3) Cantidad de autos vendidos semanalmente, contabilizado en las últimas 10 semanas:

10 7 6 11 14 8 8 6 10 7

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

4) Edad en años cumplidos de mis amigos del barrio: 16, 18, 15, 18, 20, 22, 17

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

5) Puntaje obtenido en el videojuego Galaxian luego de jugar 7 veces:

3200 4500 4600 7800 9750 10000 11400

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

6) Ventas diarias de camisetas en la nueva tienda de mi tía, de lunes a sábado:

8 10 11 13 18 19

\bar{X} = _____.

Me = _____.

Distribución = _____.

7) Marque con X la opción correcta:

7.1) El salario promedio en una empresa es de ₡950 000, ¿qué valor debe tener la mediana para que la distribución corresponda a una asimetría positiva?

() ₡950 000 () ₡925 000 () ₡980 000

7.2) La altura promedio en un grupo de 25 estudiantes corresponde a 167 cm. ¿qué valor debe tener la mediana para que la distribución sea simétrica?

() 156 cm () 167 cm () 177 cm

7.3) Se recopila la información de las ventas semanales de camisetas en una tienda, donde en esos 7 días, la mediana corresponde a 23 camisetas vendidas. ¿Cuál debe ser un valor del promedio de ventas para que la distribución presente una asimetría negativa?

() 23 camisetas () 19 camisetas () 25 camisetas

TRABAJO COTIDIANO – Medidas de Posición	Valoración
Determina la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo, el mínimo y el recorrido en diversos contextos.	
Interpreta la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo, el mínimo y el recorrido en diversos contextos.	
Identifica la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Para responder los ítems 1 y 2 considere la siguiente información:

A continuación, se muestran los nombres y sus respectivas edades de un grupo de ocho amigos:

Ana	Luis	Liz	Raúl	Isabel	María	Pedro	Juan
21	30	23	30	23	30	24	27

1) ¿Cuál es la edad promedio de ese grupo de amigos?

- A) 23
- B) 26
- C) 27
- D) 30



2) Considere las siguientes proposiciones:

- I. Al menos un 50% de las edades de esos amigos, es menor que 28 años.
- II. La edad más común de ese grupo de amigos, es la de 30 años.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



3) Considere el siguiente contexto:

Los siguientes datos representan las notas obtenidas por un grupo de estudiantes en un examen de Química: 45 55 57 64 69 75 75 78 79 81 83 89

Considere las siguientes proposiciones:

- I. La media aritmética es 64,58.
- II. En promedio, el grupo alcanzó la nota mínima 70.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



4) A continuación, se presenta el total de hectáreas sembradas durante el periodo de 1999 al 2005 en la provincia de Limón: de banano y arroz.

Producto/Año	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Banano	48000	47000	44000	42000	41000	42000	41000
Arroz	46000	47000	48000	48000	49000	49000	49000

En promedio (media aritmética), en ese periodo ¿cuántas hectáreas de arroz, aproximadamente, se sembró más que de banano?

- A) 3428,57
- B) 4428,57
- C) 6224,49
- D) 6540,83



5) Considere la siguiente información:

En una biblioteca se realiza un estudio sobre la cantidad de libros prestados en el mes de abril; para ello se toman en cuenta los primeros diez días de ese mes. La información se presenta en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Libros prestados	35	47	22	15	13	28	39	41	12	19

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el recorrido de la cantidad de libros prestados durante los primeros diez días del mes de abril?

- A) 9
- B) 16
- C) 25
- D) 35



6) Un profesor aplicó un examen a 11 estudiantes de una sección. La siguiente tabla muestra los resultados de las calificaciones:

96	92	92	93	98	92	100	93	97	96	96
----	----	----	----	----	----	-----	----	----	----	----

Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

- I. La mediana del grupo de calificaciones corresponde a 92.
- II. La media aritmética de las calificaciones corresponde a 95.
- III. En el grupo de calificaciones se evidencia que hay más de una moda.

De ellas son verdaderas solo la

- A) I
- B) I y II
- C) II y III
- D) III



Para responder los ítems 7 y 8 considere la siguiente información sobre las edades en años cumplidos de dos grupos (A y B) de jóvenes:

Edades del Grupo A	14	14	15	15	16	16	18	18	26	28	28	29	32
--------------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Edades del Grupo B	Min	Q ₁	Me	Q ₃	Máx	Media	Moda
	15	19	23	27	31	23	23

7) Las siguientes tablas detallan la información de las edades de los jóvenes del grupo A y un resumen estadístico basado en las edades de las personas del grupo B:

Considere las siguientes proposiciones:

- I. Al menos hay un joven del grupo A que tiene mayor edad que todos los jóvenes del grupo B.
- II. La edad promedio de los jóvenes del grupo A es menor que la edad promedio de los del grupo B.

De ellas son verdaderas:

- A) ambas.
- B) solo la I.
- C) solo la II.



8) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La distribución de los datos de las edades de los jóvenes del grupo B tienden a ser simétricos.
- II. La distribución de los datos de las edades de los jóvenes del grupo A presentan asimetría negativa.

De ellas son verdaderas

- A) solo la I.
- B) solo la II.
- C) ninguna



9) Un festival institucional incluyó la modalidad de gimnasia rítmica. Cada ejecución de las participantes en esta modalidad fue valorada por un total de 6 jueces, los cuales otorgaron puntuaciones de 1 a 10. Para asignar la calificación final y decidir a las medallistas, se calculó el promedio de todas las puntuaciones de cada participante.

PARTICIPANTES	PUNTUACIONES DE LOS JUECES					
Sofía	8	5	7	8	7	9
Carmen	6	7	7	5	10	6
María	6	7	4	9	9	10
Ana	8	9	5	7	6	8

¿A quiénes se les otorgan las medallas de oro, plata y bronce respectivamente?



10) Considere las siguientes proposiciones referidas a una distribución de datos cuantitativos:

- I. Si la mediana es menor que la media entonces la distribución es asimétrica positiva.
- II. Si se da que la mediana la moda y la media son iguales, entonces la distribución es simétrica.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



11) En la siguiente tabla se presentan algunas medidas de posición referentes a los tiempos, en minutos, que tardaron 20 partidas de ajedrez en un torneo:

Minimo	Q ₁	Mediana	Q ₃	Máximo	Media	Moda
50	55	60	65	70	60	60

¿Cuál de las siguientes opciones contiene una afirmación correcta respecto a la información dada?

- A) Con certeza al menos hubo una partida de ajedrez que duró 55 minutos.
- B) Con certeza al menos hubo dos partidas de ajedrez que duraron 65 minutos cada una.
- C) Hay evidencia de que la distribución de los datos sobre los tiempos empleados por partida tiende a ser simétrica.



12) Considere la siguiente información sobre los puntajes obtenidos por los equipos de baloncesto A y B en los últimos 15 partidos del campeonato. Las subsiguientes tablas detallan la información de los puntajes del equipo A y un resumen estadístico basado en los puntajes del equipo B:

Equipo A	92	10	96	94	10	10	98	96	94	94	10	10	93	95	10
		2			3	6					2	0			2

Equipo B	Minimo	Q ₁	Mediana	Q ₃	Máximo	Media	Moda
	90	94	98	102	106	98	98

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La distribución de los puntajes obtenidos por el equipo B en los 15 partidos tiende a ser simétrica.
- B) La distribución de los puntajes obtenidos por el equipo B en los 15 partidos presenta asimetría positiva.
- C) La distribución de los puntajes obtenidos por el equipo B en los 15 partidos presenta asimetría negativa.



Para resolver los ejercicios 13 y 14, considere la siguiente tabla referida a las masas (pesos), en kilogramos, de los estudiantes de tres secciones en un colegio:

Sección	Mínimo	Cuartiles			Máximo
		Q ₁	Q ₂ (Me)	Q ₃	
A	47	53	59	65	71
B	48	54	65	68	71
C	49	55	59	67	74

Además, considere que la masa promedio en cada sección corresponde a: 59 kg en la sección A, 56 kg en la sección B y 64 kg en la sección C.

13) ¿Cuál de las siguientes opciones es correcta?

- A) La distribución de los datos de la sección C presenta una asimetría negativa.
- B) La distribución de los datos de la sección B presenta una asimetría positiva.
- C) La distribución de los datos de la sección A tiende a ser simétrica.



14) Considere la siguiente información:

Priscilla es la profesora de Cívica de cuatro secciones de décimo año. Ella resumió, en la siguiente tabla, los datos de las calificaciones (en escala de 0 a 100) obtenidas por cada sección:

Sección	Media aritmética	Mediana	Moda
10-1	81	82	85
10-2	82	83	90
10-3	88	90	92
10-4	86	82	78

De acuerdo con la información anterior, la sección que tiene una distribución de las calificaciones con asimetría positiva es

- A) 10 – 1
- B) 10 – 2
- C) 10 – 3
- D) 10 – 4



MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA

HABILIDADES:

- Determinar la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí.
- Utilizar la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran agrupados en una distribución de frecuencias.

ACTIVIDAD DE INICIO:

Dos amigas Patricia y Marcela llevan un curso en la universidad, donde deben presentar dos tareas y realizar dos exámenes para generar el promedio final. Ambos obtuvieron las mismas notas, pero no en las mismas asignaciones. El curso se aprueba con mínimo un 70:

Evaluación del Curso	Tarea 1	Tarea 2	Examen 1	Examen 2
	10%	20%	30%	40%
Notas de Marcela	40	65	80	100
Notas de Patricia	100	80	65	40

Analizando la situación previa y notando que ambos obtuvieron las mismas notas, ¿implica que tendrán el mismo promedio final? ¿o será diferente? ¿sabe usted cómo calcular el promedio final de un curso con esos criterios y porcentajes?

La media aritmética ponderada a diferencia de la media aritmética básica, es que los valores pueden verse influidos por un "peso" o "ponderación". Esta se da cuando hay varias observaciones o características que tienen el mismo valor, pero "pesan" de forma diferente.

EJEMPLO#1: En la siguiente tabla se presenta las edades en años cumplidos de las mujeres más jóvenes que han ganado medalla de oro en juegos nacionales. ¿Cuál es el promedio de edad de ese grupo de mujeres?



Años	Mujeres
15	6
16	14
17	3
18	4
19	5
Total	32



Alternativa RÁPIDA
Calculadora CASIO

EJEMPLO#2: A continuación, la edad en años cumplidos del grupo 8-3 de un Colegio Nocturno.
¿Cuál es el promedio de edad del grupo?

Edad en años cumplidos	Número de estudiantes
15	9
16	5
17	4
19	2
23	2
26	1
TOTAL	23



EJEMPLO#3: La siguiente tabla muestra las calificaciones obtenidas en cada periodo por un estudiante de la asignatura de cívica y el valor porcentual en cada caso. El promedio anual se calculaba (antes de pandemia) a partir de la sumatoria de los porcentajes obtenidos durante los tres periodos:

Periodo	I Periodo	II Periodo	III Periodo
Valor Porcentual	20%	30%	50%
Nota	100	90	80



¿Cuál fue el promedio anual que obtuvo el estudiante en esa asignatura?

EJEMPLO#4: Una estudiante de la universidad obtuvo las siguientes calificaciones en un curso de Matemática, para una calificación de 0 a 10. Los exámenes cortos tenían un valor de 5% cada uno, el proyecto valía 15% y los exámenes parciales 35% cada uno. Si la nota mínima de aprobación es un 7, ¿la estudiante aprobó el curso?

Pruebas	Calificaciones
Primer examen corto	6
Segundo examen corto	5,5
Tercer examen corto	6,5
Proyecto	6
Primer examen parcial	7,5
Segundo examen parcial	8,5



ACTIVIDAD #1: Realice los siguientes ejercicios usando todos los procedimientos necesarios para llegar al resultado final.

1) En la siguiente tabla se resume la edad, en años cumplidos, de los estudiantes de un grupo que se prepara para presentar las pruebas de bachillerato por madurez. Calcule su promedio de edad.

Edad en años cumplidos	Número de estudiantes
25	2
27	3
30	3
31	8
33	5
38	1
Total	22

2) La siguiente tabla indica la cantidad de gallinas que hay en una granja, con su respectivo peso en gramos. Calcule la media aritmética o promedio de peso.

Peso en gramos	Frecuencia Absoluta
1650	3
1800	8
2000	7
2300	5
2500	2
Total	25

3) ¿Cuál es mi promedio final en mi asignatura de Contabilidad?, si obtuve las siguientes notas:
45 en trabajo cotidiano (30%)
85 en tareas (10%)
68 en el primer examen parcial (20%)
75 en el segundo examen parcial (30%)
100 en asistencia (10%)

4) Para calcular el promedio anual de una materia, en un colegio diurno, se distribuye cada trimestre en 30%, 30% y 40%. Juan obtuvo en biología, en el I trimestre un 89, en el II trimestre un 93 y en el III trimestre 65, ¿Cuál fue su promedio?

5) A continuación se presentan las ponderaciones de las evaluaciones en un curso libre en una academia y las notas de tres estudiantes durante un cuatrimestre. Calcule el promedio de cada uno e indique quien de los tres obtuvo el mejor promedio.

Evaluación	Porcentaje	Notas de Karla	Notas de Manuel	Notas de José
Examen Parcial	30%	50	88	70
Examen Final	45%	70	50	89
Tarea	5%	86	95	70
Proyecto	20%	93	92	88

TRABAJO COTIDIANO – Media Aritmética Ponderada	Valoración
Determina la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí en la solución de problemas.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1) En un colegio, la evaluación de Industriales en cada periodo se lleva a cabo de acuerdo con la siguiente tabla, en la que aparecen también las notas obtenidas por Ana y Karina en uno de los periodos.

Componente	Valor	Ana	Karina
Prueba escrita	35%	61	54
Trabajo cotidiano	15%	73	75
Proyecto	40%	67	66
Asistencia	10%	92	97
Total	100%		



De acuerdo con la información anterior si Ana y Karina son estudiantes de ese colegio y necesitan una nota promedio de 70 o más para aprobar el periodo, entonces

- A) Ana aprobó el periodo
- B) Karina aprobó el periodo
- C) Ninguna de ellas aprobó el periodo
- D) Karina tuvo una nota promedio mayor que la de Ana

2) La nota final de un curso se obtiene del promedio ponderado de las calificaciones (de 1 a 100) de los rubros que componen la evaluación del curso. El porcentaje que le corresponde a cada rubro, así como la calificación que obtuvo un estudiante en cada uno de ellos, se muestran en la siguiente tabla:

RUBRO	PORCENTAJE	CALIFICACIÓN DEL ESTUDIANTE
Prueba escrita	50%	60
Prueba de ejecución	30%	90
Prueba oral	20%	100

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál fue la nota final que obtuvo el estudiante en el curso?

- A) 31
- B) 58
- C) 77
- D) 83



3) Considere la siguiente información que corresponde a los rubros de la evaluación de un curso universitario que se aprueba con una nota final igual o superior que 70 (no hay redondeo). Adicionalmente, se indican las calificaciones obtenidas por los estudiantes Mireya y Víctor en cada rubro evaluado:

Rubros de Evaluación	Porcentaje	Estudiantes	
		Mireya	Victor
Prueba escrita	40	85	70
Prueba de ejecución	30	50	85
Prueba oral	30	70	50
Total	100		



Con base en la información dada es correcto afirmar que:

- A) ambos reprobaron el curso.
- B) solo Mireya aprobó el curso.
- C) ambos obtuvieron la misma nota final en el curso.

4) La nota final de un curso se obtiene del promedio ponderado de las calificaciones (de 1 a 100) de los rubros que componen la evaluación del curso. El porcentaje que le corresponde a cada rubro, así como la calificación que obtuvo un estudiante en cada uno de ellos, se muestran en la siguiente tabla:

Rubro	Porcentaje de la nota final	Calificación del estudiante
Prueba escrita	50	70
Prueba de ejecución	30	80
Prueba oral	20	90
Total	100	



De acuerdo con la información dada, ¿cuál fue la nota final que obtuvo el estudiante en el curso?

- A) 77
- B) 80
- C) 85

5) La siguiente tabla muestra las calificaciones obtenidas por un estudiante en cada uno de los rubros de evaluación de un curso y el peso porcentual en cada caso. El promedio final será el resultado de la suma de los valores porcentuales obtenidos en cada rubro por el estudiante:

Rubro	Calificaciones de un estudiante	Valor Porcentual
Prueba 1	70	35%
Prueba 2	76	25%
Tarea 1	100	25%
Tarea 2	80	15%



De acuerdo con la información dada, ¿cuál fue el promedio final que obtuvo el estudiante en el curso?

- A) 78,0
- B) 81,5
- C) 80,5

6) En la siguiente tabla se resume la edad en años cumplidos de los estudiantes de un grupo que se prepara para presentar las pruebas de bachillerato por madurez:

Edad en años cumplidos	Número de estudiantes
25	2
27	4
30	4
31	3
33	5
40	7
Total	25



¿Cuál es el promedio de las edades de los estudiantes que presentarán las pruebas de bachillerato por madurez?

- A) 30,50
- B) 32,64
- C) 33,00
- D) 33,80

7) Considere la siguiente información:

El coordinador de un grupo juvenil realiza un estudio referido a la media aritmética de la edad de los integrantes de ese grupo. En la siguiente tabla se muestra la distribución de sus edades:

Edad	Frecuencia
13	3
14	2
15	14
16	35
17	18
Total	72

De acuerdo con la información anterior, ¿Cuál es la media aritmética de las edades de los integrantes del grupo juvenil?

- A) 15,00
- B) 15,24
- C) 15,87
- D) 16,00



MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA PARA DATOS AGRUPADOS

En ocasiones se agrupan datos en intervalos para calcular promedios y esto generalmente sucede cuando se trabaja con conjuntos de datos que contienen valores continuos o una gran cantidad de datos discretos. Esto se hace para resumir la información de manera más concisa y facilitar el análisis.

El promedio ponderado con datos agrupados, se calcula sumando todos los productos de la marca clase con la frecuencia absoluta respectiva y su resultado dividirlo por el número total de datos.

La marca de clase o punto medio de una tabla para datos agrupados en intervalos corresponde al promedio de los extremos de cada intervalo. Si el intervalo dado es $]20,32]$

entonces la marca de clase es $\frac{20 + 32}{2} = 26$

EJEMPLO#1: Considere la siguiente distribución de frecuencias de las estaturas en centímetros de los profesores de cierto colegio, ¿cuál es el promedio en centímetros de las estaturas de los profesores?



Estatura	Cantidad de profesores
$[150,160]$	8
$]160,170]$	14
$]170,180]$	9
$]180,190]$	5



Alternativa RÁPIDA
Calculadora CASIO

EJEMPLO#2: En la siguiente distribución, se recopiló la información de las edades en años cumplidos de un grupo de estudiantes en un Colegio Nocturno.

Edad en años cumplidos	Número de estudiantes
De 15 a menos de 20 años	14
De 20 a menos de 25 años	9
De 25 a menos de 30 años	6
De 30 a menos de 35 años	3
TOTAL	32



ACTIVIDAD #1: Resuelva al detalle, los siguientes ejercicios.

1) Considere la siguiente distribución de frecuencias de las estaturas, en centímetros, de los jugadores de un equipo de fútbol de la provincia. ¿Cuál es el promedio de edad de ese equipo?

Estatura	Cantidad de jugadores
$[150,162]$	4
$]162,174]$	6
$]174,186]$	9
$]186,198]$	3

2) Considere la siguiente información, referida al tiempo que tardan los empleados de una empresa en trasladarse desde su casa hasta su trabajo. ¿Cuántos minutos en promedio, tardan los empleados desde sus casas hasta su lugar de trabajo?

Tiempo en minutos	Cantidad de empleados
$[0,15[$	5
$[15,30[$	11
$[30,45[$	15
$[45,60]$	12

3) En la siguiente tabla de distribución de frecuencias se presenta el tiempo aproximado, en minutos, que tardan los estudiantes de una escuela en trasladarse de su casa a ese centro educativo.

Tiempo	Número de estudiantes
De 0 a menos de 10	15
De 10 a menos de 20	45
De 20 a menos de 30	30
De 30 a menos de 40	12
De 40 a 50	8

De acuerdo con lo anterior, ¿cuál es el promedio del tiempo en minutos, que tardan los estudiantes de esa escuela para trasladarse de su casa a ese centro educativo?

4) Se recopila la información de los estudiantes de último año en el examen de Estudios Sociales, los resultados se resumen en la siguiente tabla. Calcule el promedio de notas.

Notas de Quiz	Cantidad de estudiantes
[40,55[7
[55,70[4
[70,85[18
[85,100]	13

5) La siguiente tabla muestra las horas semanales que pasó un grupo de estudiantes de informática usando su computadora personal (PC). ¿Cuántas horas semanales en promedio dedica el grupo de personas a utilizar su PC?

Cantidad de horas	Cantidad de estudiantes
De 6 a menos de 12	1
De 12 a menos de 18	4
De 18 a menos de 24	5
De 24 a menos de 30	9
De 30 a 36	13

TRABAJO COTIDIANO – Promedio Ponderado en Datos Agrupados	Valoración
Utiliza la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran agrupados en una distribución de frecuencias al solucionar problemas.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1) La siguiente tabla muestra las horas que invierten semanalmente un grupo de jóvenes en la extracción de basura del acantilado de su comunidad:

Horas dedicadas a la extracción de basura	
Horas	Cantidad de jóvenes
De 3 a menos de 5	2
De 5 a menos de 7	3
De 7 a 9	5

¿Cuántas horas, en promedio, dedica el grupo de jóvenes a dicha actividad?

- A) 3,3
- B) 3,6
- C) 4,6
- D) 6,6

2) Considere la siguiente información:

Horas semanales dedicadas a trabajo social por un grupo de jóvenes	
Horas	Cantidad de jóvenes
De 2 a menos de 4	4
De 4 a menos de 6	6
De 6 a 8	10

Con base en la información dada ¿Cuál es el promedio, en horas, que dedica a trabajo social este grupo de jóvenes a la semana?

- A) 3,3
- B) 4,3
- C) 5,6
- D) 7,6

3) La siguiente tabla muestra las horas semanales que pasa un grupo de personas utilizando el teléfono móvil (celular):

Cantidad de horas semanales utilizando el teléfono móvil	
Cantidad de horas	Cantidad de personas
De 7 a menos de 12	2
De 12 a menos de 17	3
De 17 a menos de 22	5
De 22 a menos de 27	8
De 27 a 32	10

¿Cuántas horas semanales, en promedio, dedica el grupo de personas a utilizar el teléfono móvil?

- A) 19,50
- B) 20,75
- C) 23,25
- D) 25,75

4) Considere la siguiente información, referida al tiempo que tardan estudiantes universitarios en trasladarse desde su casa hasta la universidad M.

Tiempo en minutos	Cantidad de estudiantes
[20, 40[22
[40, 60[20
[60, 80[50
[80, 100[8



¿Cuál es el promedio de tiempo, en minutos, que tardan los estudiantes en trasladarse desde su casa hasta la universidad M?

- A) 58,80
- B) 48,80
- C) 68,80

5) La siguiente tabla muestra la cantidad de dinero, en colones, que gastan los empleados de una empresa para trasladarse diariamente al trabajo desde su casa.

Cantidad de dinero en colones	Cantidad de empleados
De 300 a menos de 600	6
De 600 a menos de 900	10
De 900 a 1200	4



Con base en la información dada, ¿cuál es en promedio la cantidad de dinero que necesita diariamente cada empleado para trasladarse de su casa al trabajo?

- A) ₡570
- B) ₡720
- C) ₡750

6) La siguiente tabla muestra las horas que invierten semanalmente los docentes de un liceo en la confección de materiales didácticos para sus lecciones:

Horas	Cantidad de estudiantes
De 2 a menos de 6	4
De 6 a menos de 10	6
De 10 a 14	10



De acuerdo con la información dada, ¿cuántas horas, en promedio, invierte semanalmente cada docente de ese liceo para la confección de material didáctico?

- A) 8,22
- B) 9,20
- C) 6,67