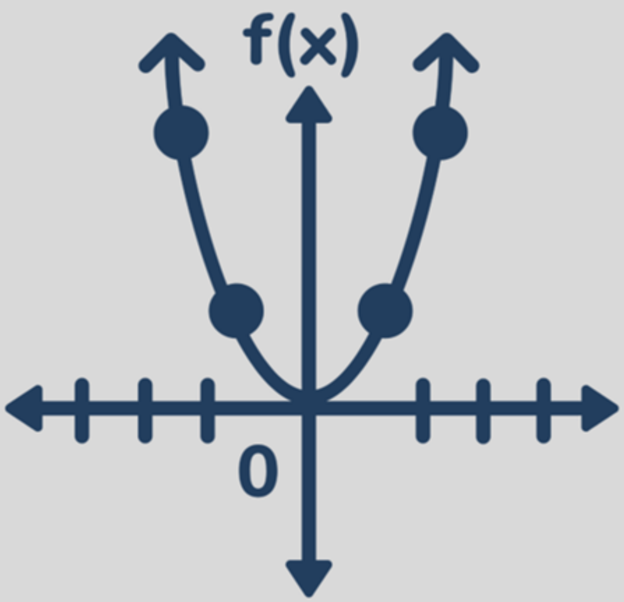
EDITORIAL PROYECTOS QR

FUNCIONES 11

COLEGIOS TÉCNICOS

www.profesergiocm.com



NOMBRE: ______________________________ GRUPO: ________

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

FUNCIONES 11º

Apto para COLEGIOS TÉCNICOS (C.T.P)

PRECIO: 8.000 [77 Pág]

Este folleto se entrega en PDF y con personalización en el encabezado.

TEL: 60147147

TODOS LOS EJEMPLOS DEL FOLLETO VIENEN EXPLICADOS en VÍDEOS QR.

SE HAN AÑADIDO MÁS EJERCICIOS ADICIONALES

El objetivo de esta MUESTRA es que pueda revisar el material previamente antes de su compra

HABILIDADES:

·Determinar la pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada, en forma gráfica o algebraica.

·Determinar la ecuación de una recta utilizando datos relacionados con ella.

ACTIVIDAD DE INICIO:

Los costos totales que tiene una empresa que se dedica a la fabricación de zapatos de cierto tipo son de ₡6000 por cada par y ₡10000 por costos fijos, sin importar la cantidad de zapatos que se fabriquen. ¿Cuál sería el costo total de fabricar 10 pares de zapatos?

ProfeSergioCM 60147147

FUNCIÓN LINEAL

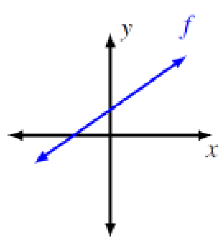
Una función lineal es una función polinómica de primer grado, cuya representación en el plano cartesiano es una recta.

Es una función $f: IR \rightarrow IR$ cuyo criterio es $f(x) = mx + b$, donde $m, b \in IR$. A la **"m"** se le llama **pendiente** que indica el grado de inclinación de la recta respecto al eje x. El valor de **"b"** es la **intersección** con el eje y.

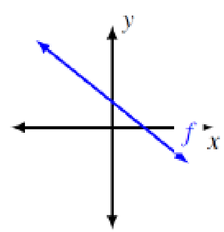
Ejemplos de funciones lineales: ______________________________________.

Representación gráfica de la función lineal:

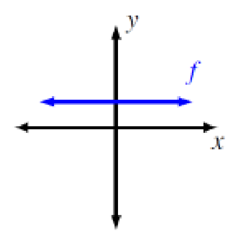
Función estrictamente creciente $m > 0$



Función estrictamente decreciente $m < 0$



Función lineal constante m = 0



EJEMPLO #1: Para cada función lineal, indique el valor de su pendiente, intersección y si es creciente, decreciente o constante.

$f(x)=5x+\frac{9}{2}$ m= ____. b = ____. ________________.

$k(x)=8$ m= ____. b = ____. ________________.

$g(x)=-4x+1$ m= ____. b = ____. ________________.

$b(x)=9-x$ m= ____. b = ____. ________________.

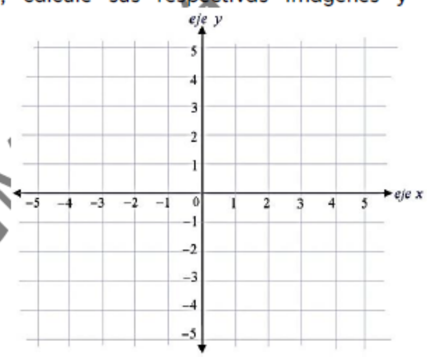
$h(x)=\frac{-4x}{5}$ m= ____. b = ____. ________________.

$m(x)=\frac{3+x}{5}$ m= ____. b = ____. ________________.

EJEMPLO #2: Para cada función lineal, calcule sus respectivas imágenes y represéntela gráficamente.

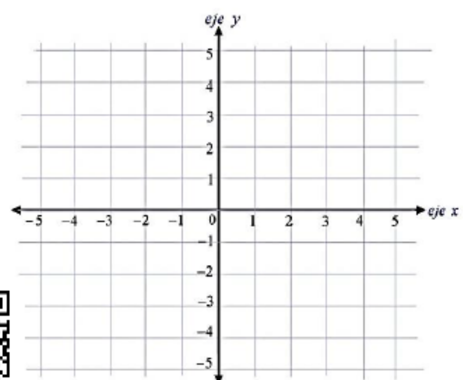
a)Si la función es $f(x)=2x+1$

x	-2	-1	0	1
f(x)				



b)Si la función es $h(x)=4-3x$

x	0	1	2
h(x)			



ACTIVIDAD #1: Nuevamente, para cada función lineal indique el valor de su pendiente, intersección y si es creciente, decreciente o constante.

$h(x)=2-6x$ m= ____. b = ____. Monotonía: ________________.

$m(x)=25x-500$ m= ____. b = ____. Monotonía: ________________.

$g(x)=15x$ m= ____. b = ____. Monotonía: ________________.

$f(x)=-4$ m= ____. b = ____. Monotonía: ________________.

$n(x)=-x+100$ m= ____. b = ____. Monotonía: ________________.

$k(x)=\frac{3+5x}{2}$ m= ____. b = ____. Monotonía: ________________.

ACTIVIDAD #2: Para cada una de las funciones lineales presentadas a continuación, complete su tabla y represéntela en el plano cartesiano.

a)Si la función es $f(x)=3x-5$

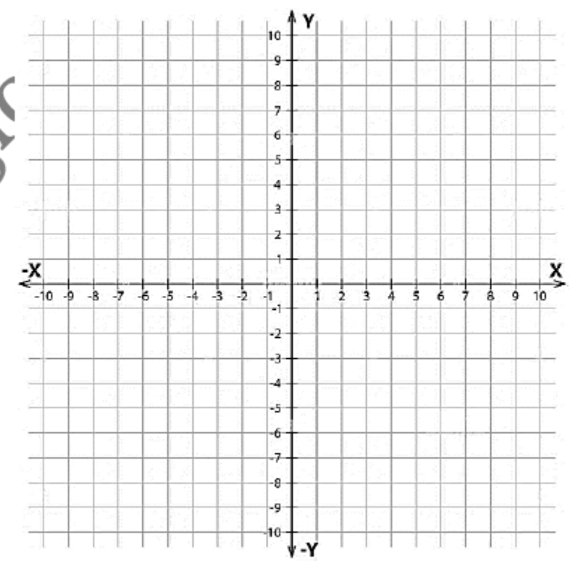
x	1	2	3	4
f(x)				

b)Si la función es $h(x)=-2x$

x	-2	-1	0	1
h(x)				

c)Si la función es $k(x)=-7$

x	-4	-1	2	5
k(x)				



ProfeSergioCM

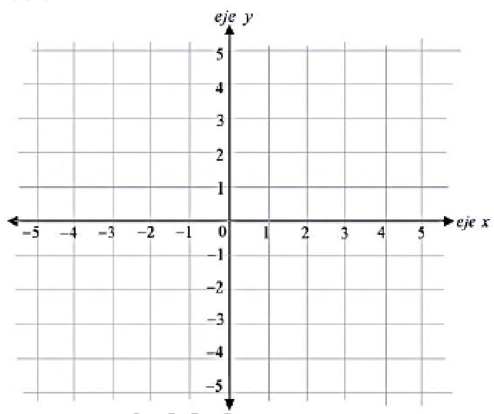
INTERSECCIÓN CON LOS EJES

En una función lineal, si conocemos los valores de **m** y **b**, es posible determinar sus puntos de intersección:

Intersección con el eje x (eje de las abscisas), se determina por el par ordenado $\left(\frac{-b}{m},0\right)$

Intersección con el eje y (eje de las ordenadas), se determina por el par ordenado $(0,b)$

¿Cuáles son los puntos de intersección con el **eje x** y el **eje y** de la función $g(x)=-4x+3$?



Adicional: ¿Cuáles serían los puntos de intersección en "x" y "y" de $f(x)=\frac{2x}{3}-9$?

ACTIVIDAD #3: Complete el cuadro con lo que se solicita.

FUNCIÓN LINEAL	Valor de "m"	Valor de "b"	Intersección con el eje X	Intersección con el eje Y
$f(x)=3x-6$				
$g(x)=x+8$				
$h(x)=4$				
$k(x)=\frac{3x-2}{5}$				
$m(x)=5x$				

CÁLCULO DE IMAGEN Y PREIMAGEN DE UNA FUNCIÓN LINEAL

No debemos olvidar que para cualquier tipo de función podemos calcular una imagen o preimagen, usando los procedimientos vistos anteriormente. Lo recordamos con el siguiente ejemplo:

Para la función lineal $k(x)=5x+8$:

A) Calcule la imagen de -4

b) Calcule la preimagen de 2

ProfeSergioCM 60147147
ProfeSergioCM 60147147

ECUACIÓN DE LA RECTA

Para determinar la gráfica de una función lineal (una recta) es suficiente **tener 2 puntos** que pertenecen a esta gráfica, ya que 2 puntos distintos en un plano determinan una única recta.

Si $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$ son puntos distintos de la gráfica de una función lineal, como se muestra en la figura 1. La pendiente **"m"** de la recta está determinada por la fórmula:

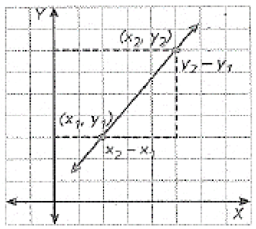


Figura 1

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

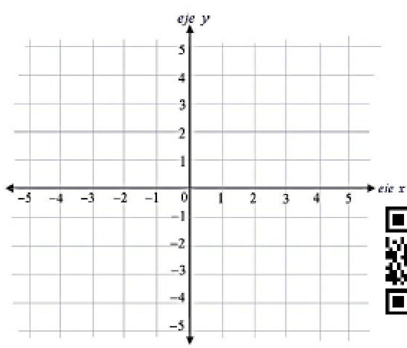
Y para obtener el valor de la intersección **"b"**, partiendo de $y = mx + b$, despejamos b y obtenemos: $b = y - mx$

Así, con "m" y "b" ya calculados, completamos la expresión $f(x) = mx + b$.

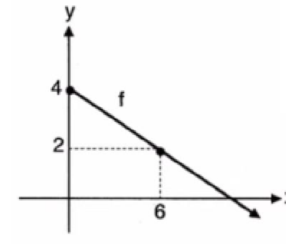
EJEMPLOS #1: Guiado por el docente, responda los siguientes ejercicios.

A) Determine la ecuación de una recta que pasa por los puntos (2,1) y (3,6).

B)¿Cuál es el criterio de una función lineal f donde **f(-3) = 5** y **f(2) = -4**?



C)¿Cuál es el criterio de la función lineal representada por f?



ACTIVIDAD #4. Resuelva lo que se solicita en cada caso.

1)Determine la ecuación de la recta dados dos puntos de ella, en cada caso.

a) $(3,1)$ y $(6,0)$

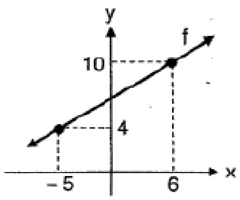
c) $(-10,-5)$ y $(-4,-8)$

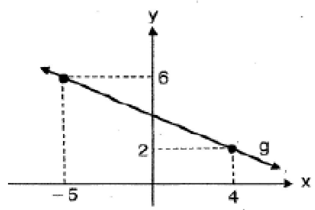
b) $(2,-2)$ y $(3,-7)$

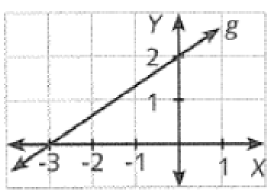
d) $(0,4)$ y $(-3,10)$

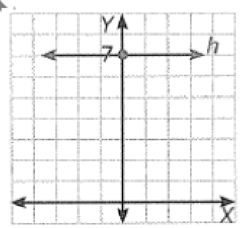
ProfeSergioCM 601471+7
ProfeSergioCM 601471+7

2)Determine la ecuación de la recta según la representación gráfica dada en cada caso.







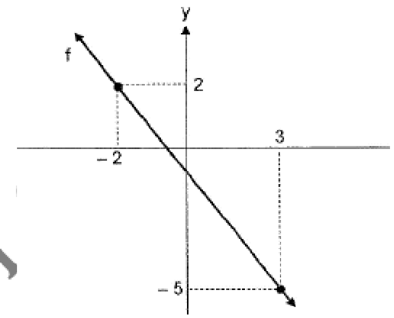


ACTIVIDAD #5: Considere la siguiente representación gráfica de una función f.

De acuerdo con la gráfica, conteste lo siguiente:

a) ¿Cuál es el criterio (fórmula) de esa función f?

b) Determine la intersección de la gráfica de f con el eje de las ordenadas



c) Determine la intersección de la gráfica de f con el eje de las abscisas

d) Determine la imagen de 2

TRABAJO COTIDIANO – Función Lineal	Valoración
Representa gráficamente una función lineal.	
Determina la pendiente, la intersección y su monotonía de una recta dada en forma algebraica.	
Determina la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada en forma algebraica.	
Determina la ecuación de una recta utilizando datos relacionados con ella.	

ProfeSergioCM 60147147

EJERCICIOS ADICIONALES

1)Considere las siguientes proposiciones referentes a la función **h** dada por $h(x) = -8 + 4x$:

I. La intersección con el eje de las abscisas es (8,0).
II. La pendiente es 4.
De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas.
B) Ninguna.
C) Solo la I.
D) Solo la II.

2)¿Cuál es la intersección de la gráfica de la función f dada por $f(x) = -6 + 2x$ con el eje de las abscisas (eje x)?

A) (3, 0)
B) (2, 0)
C) (-6, 0)

3)Sea la función "r" cuya gráfica está dada por la recta y = -2. ¿Cuál de las siguientes opciones contiene una afirmación correcta referida a "r"?

A) La pendiente es 0.
B) (0, 0) pertenece a r.
C) La gráfica de "r" interseca el eje "x" en un solo punto.

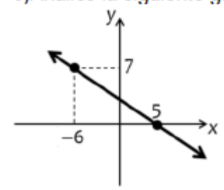
4)Sea f una función lineal tal que la pendiente de su gráfica es -2. Si (3, 1) pertenece a su gráfico, entonces, la gráfica de f interseca al eje de las ordenadas (eje y) en

A) (0, 7)
B) (0, 5)
C) (0, -6)

5)La intersección con el eje de las abscisas (eje x) de una función f dada por $f(x) = \frac{2x}{3} + 1$ corresponde a

A) $\left(\frac{-3}{2}, 0\right)$
B) $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$
C) $(1, 0)$

6)Analice la siguiente gráfica de la función lineal **f**:



Considere las siguientes proposiciones:

I. La pendiente de la función lineal es igual a $\frac{-7}{11}$.

II. La intersección con el eje de las ordenadas es el punto $\left(0, \frac{35}{11}\right)$.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

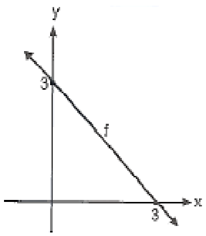
A) Ambas.
B) Ninguna.
C) Solo la I.
D) Solo la II.

7)¿Cuál es el criterio de una función lineal que pasa por los puntos (-4,3) y (4,6)?

A) $y = \frac{x}{8} + \frac{9}{8}$
B) $y = \frac{3x}{8} + \frac{9}{8}$
C) $y = \frac{3x}{2} + 18$
D) $y = \frac{3x}{8} + \frac{9}{2}$

ProfeSergioCM 60147147
ProfeSergioCM 60147147

8)Considere la siguiente gráfica de una función f:



El criterio de f corresponde a f(x) =_________

A) x + 3
B) -x + 3
C) -3x + 3

9)Considere la siguiente representación tabular de una función lineal h:

x	1	3	5	7
h(x)	10	5	0	-5

Considere las siguientes proposiciones:

I. El criterio de función es $h(x)=\frac{5x+25}{2}$.

II. La gráfica de h interseca al eje de las ordenadas en (0,5).

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas.
B) Ninguna.
C) Solo la I.
D) Solo la II.

10)Considere las siguientes proposiciones referentes a la función **f** dada por $f(x)=9-3x$.

I. El valor de la pendiente es 9.
II. **f** interseca al eje "x" en (3,0).

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la
D) Solo la II

ProfeSergioCM 6014714

FUNCIONES | DECIMO AÑO

11)Considere las siguientes proposiciones referentes a la función **h** dada por $h(x)=4x+7$:

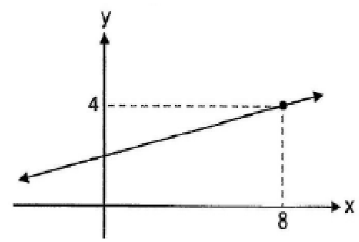
I. La intersección con el eje de las abscisas corresponde al punto $\left(\frac{-7}{4},0\right)$

II. La intersección con el eje de las ordenadas corresponde al punto $(0,-7)$

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la
D) Solo la II

12)Considere las siguientes afirmaciones sobre la gráfica de la recta y = mx + 2:



I. La recta interseca el eje y en (0, 2).
II. El valor de la pendiente es mayor que 1.

De ellas son verdaderas:

A) ambas.
B) solo la I.
C) solo la II.

13)Considere las siguientes proposiciones sobre la función y = -x:

I. La gráfica de "g" es creciente.
II. La gráfica de "g" contiene el origen de coordenadas.

De ellas son verdaderas:

A) ninguna.
B) solo la I.
C) solo la II.

ProfeSergioCM 6014714

www.profesergiocm.com

HABILIDAD:
-Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando las funciones estudiadas.

PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON FUNCIONES LINEALES

Se van a estudiar las distintas maneras de resolver un problema que involucre una función lineal, para lo cual debemos considerar:

a) Cálculo de imagen o preimagen para resolver la situación. Esto podría darse cuando tenemos ya el criterio.
b) Costos fijos y variables: es una situación muy común para determinar fácilmente el criterio de la función lineal.
c) Usando las fórmulas de m y b, o la calculadora CASIO para determinar el criterio teniendo la información directa o indirecta de dos puntos de la recta.

Veamos algunas de esas situaciones a continuación.

Ejemplos: Resuelva los siguientes problemas.

1)Un parquímetro es un dispositivo que utilizan algunas municipalidades para cobrar dinero, a cambio del derecho de estacionar un vehículo en la vía pública por una determinada cantidad de tiempo. Para establecer la tarifa "T(m)", en colones, por estacionar un vehículo, una municipalidad emplea el modelo $T(m)=10m+200$, donde "m" es el tiempo, en minutos, que permanece el vehículo estacionado.

1.1)¿Cuál es la tarifa al estacionar el vehículo por 3 horas?

1.2)Si la tarifa fue de 1100 colones, ¿Cuánto tiempo estuvo estacionado?

1.3)Un cliente estacionó por dos horas y media. Al pagar lo hizo con un billete de 5000 colones, ¿Cuánto recibió de cambio?

2)Una máquina empastadora de libros consume inicialmente 50 kwh (kilowatts hora) para ser encendida y por cada libro terminado consume 3 kwh adicionales. Determine la ecuación que permite establecer el consumo de kilowatts hora de la máquina.

3)Un restaurante tiene un costo fijo de ₡75000 al mes y cada plato que sirve le cuesta ₡3500. Si en cierto mes, el costo total fue de ₡145000, ¿Cuántos platos se vendieron?

4)La cantidad "C(x)" de chirridos (sonidos) por minuto que emite un grillo de cierta especie, está dada por $C(x)=4x-160$, donde "x" representa la temperatura, en grados Fahrenheit, que hay en cierto momento en un bosque tropical con $60\le x\le 86$

4.1)¿Cuál es la temperatura, en grados Fahrenheit, en ese bosque tropical, si en un minuto un grillo de esa especie emite 124 chirridos?

4.2)¿Cuál es la cantidad de chirridos por minuto que emite un grillo si en cierto momento se está a una temperatura de 62 grados Fahrenheit?

ProfeSergioCM 60147147
ProfeSergioCM 60147147

5)En un experimento sobre el crecimiento de ácaros, se seleccionan 1000 de ellos y se les proporciona alimento para su crecimiento y reproducción. En la siguiente tabla se registra semanalmente la cantidad de ácaros, durante tres semanas consecutivas:

Cantidad "x" de semanas	Cantidad "C(x)" de ácaros
1	4000
2	7000
3	10000

5.1)¿Cuál es el criterio (fórmula) que mejor representa la cantidad de ácaros en función de la cantidad de semanas?	5.2)¿Cuántas semanas habrán transcurrido si la cantidad de ácaros es 28 000?

ProfeSergioCM 60147147

ACTIVIDAD #2 Resuelva los siguientes problemas.

1)Considere la siguiente información. Escriba en el paréntesis (V) si es verdadera la proposición o (F) si es falsa.

Una función S dada por $S(x)=300\,000+2000x$, la cual describe el salario mensual "S(x)", en colones, que recibe el empleado de una empresa por la venta de "x" cantidad de artículos:

1.1)El empleado recibe un salario mensual de al menos ₡300 000 ( )

1.2)Si el empleado vende en un mes 40 artículos, entonces recibe un salario de ₡380000 ( )

1.3)Si el empleado vende en un mes 65 artículos, entonces recibe un salario de ₡450000 ( )

2)La academia "La Bella Música" está ofreciendo un curso de 20 sesiones para aprender a tocar guitarra. Toda persona que desee llevar el curso debe pagar de matrícula ₡40 000 y luego ₡5000 por cada sesión que asista. De acuerdo con lo anterior si un estudiante asistió sólo a 10 sesiones, entonces, ¿cuánto debe pagar en total?

3)Cinco compañeros crean un grupo de estudio y este aumenta en 2 miembros cada semana. Es decir, se inicia con 5 estudiantes, en la semana 1 habrá 7 personas, en la semana 2 se tendrán 9 integrantes y así sucesivamente conforme transcurran las semanas.

Si p(x) representa la cantidad de participantes en el grupo a las "x" semanas desde su creación, entonces, determine:

3.1)El criterio o fórmula que represente la situación descrita.

3.2)¿Cuántas semanas deben pasar para que el grupo tenga 35 integrantes?

ProfeSergioCM 60147147

4)Considere la siguiente tabla que representa la relación entre la cantidad de artículos producidos (x) por una fábrica y el costo de su elaboración (y) en miles de colones:

x	1	2	3	4	5
y	15	21	27	33	39

De acuerdo con lo anterior, determine lo siguiente:

4.1)Un criterio o fórmula que represente la situación descrita.

4.2)La cantidad de artículos producidos si el costo fue de 117 mil colones.

5)Una clínica le paga a un señor ₡7000 diarios por cuidar los carros de sus clientes y, además, cada cliente le da una propina de ₡300. De acuerdo con lo anterior determine:

5.1)Una fórmula que represente el monto total diario que gana el señor al cuidar x cantidad de carros.

5.2)Calcule cuanta gana el señor en un día si cuidó 15 carros.

6)Considere la siguiente situación:
Una familia adquirió una deuda de ₡2100000 para remodelar la fachada de su casa y hace un abono mensual de ₡140000 a la cuenta principal. De acuerdo con lo anterior, conteste lo siguiente:

6.1) Complete la siguiente tabla, la cual resume lo adeudado en los primeros 4 meses.

Mes	Monto (saldo)
1	₡1 960 000
2	
3	
4	

6.2) Determine la fórmula que represente el monto adeudado en función del mes.

6.3) ¿Cuánto será lo adeudado en el mes 13?

TRABAJO COTIDIANO – Problemas con funciones Lineales	Valoración
Resuelve problemas en contextos reales utilizando funciones lineales	

ProfeSergioCM 60147147

EJERCICIOS ADICIONALES

Considere la siguiente información para las preguntas **1 y 2**:
La masa ideal de un ser humano adulto se estima mediante el modelo $m(x)=\frac{3}{4}x-\frac{125}{2}$ **donde la masa "m(x)" está dada en kilogramos y la altura del individuo "x" centímetros.**

1)¿Cuál es la masa estimada, en kilogramos, para una persona con 152cm de altura?
A) 51,50
B) 61,00
C) 82,00
D) 92,66

2)Si la masa ideal estimada de un adulto es de 62 kg, entonces, la estatura en centímetros, de esa persona corresponde a
A) 83
B) 91
C) 152
D) 166

Considere la siguiente información para responder los ítems **3 y 4**:
Una empresa confecciona cobertores de sillones. El costo de producir cada cobertor es de 650 colones y cada uno se vende en 2400 colones.

3)La función que modela la ganancia $g(x)$ en términos de la cantidad "x" de cobertores vendidos corresponde a
A) $g(x)=1750x$
B) $g(x)=-1750x$
C) $g(x)=2400x-650$
D) $g(x)=650x-2400$

4)Considere las siguientes proposiciones:
I. Para que la ganancia sea de 28000 colones se deben vender 14 cobertores.
II. Si se venden 37 cobertores, la ganancia sería de 64750 colones.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

ProfeSergioCM 60147147

Analice la siguiente situación para responder los ítems **5 y 6**:

Una tienda de ropa tiene un costo fijo de ₡150 000 al mes y cada prenda que vende le cuesta ₡2 500.

5) Si la tienda vendió 100 prendas este mes, ¿cuál es el costo total de la tienda este mes?

A) ₡250 000

B) ₡400 000

C) ₡275 000

D) ₡275 000

6) Si el costo total de uno de los meses fue de ₡330 000, ¿Cuántas prendas vendió?

A) 50

B) 72

D) 84

E) 90

7)Carlos tiene una empresa que confecciona gorras. Los costos fijos mensuales de su empresa son de ₡100 000. Si cada gorra cuesta ₡3000 confeccionarla, entonces, una función que modela los costos mensuales totales c(x), en colones, por confeccionar "x" cantidad de gorras corresponde a c(x) = ___________

A) 103 000x

B) 3000x + 100 000

C) 100 000x + 3000

8)Una bolsa de suero intravenoso de un litro (1000 ml) se aplica a un paciente, de modo que por cada minuto que pasa, ingresan 20 ml de suero al cuerpo. Si "s(x)" es la cantidad de suero (en ml) que contiene la bolsa a los "x" minutos de iniciado el tratamiento, entonces, ¿cuál es el modelo matemático que mejor se adapta a la situación?

A) s(x) = 20x – 1000

B) s(x) = 1000 – 20x

C) s(x) = 1000x – 20

ProfeSergioCM 601471

HABILIDADES:

-Analizar gráfica y algebraicamente la función cuadrática con criterio $f(x)=ax^2+bx+c$, con $a\neq 0$.

-Relacionar la representación gráfica con la algebraica.

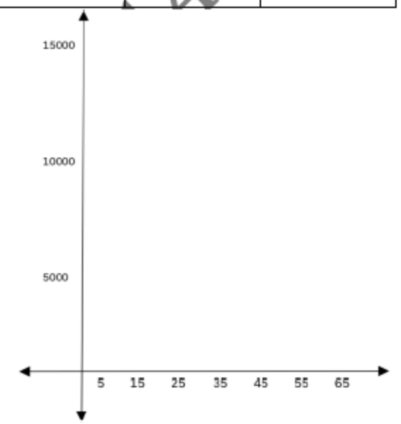
ACTIVIDAD DE INICIO:

El criterio $g(x)=-20x^2+1400x-12000$ representa una función cuadrática que relaciona la ganancia "g(x)" en dólares que obtendría una compañía según el precio de venta "x" por unidad, de cada uno de sus productos.

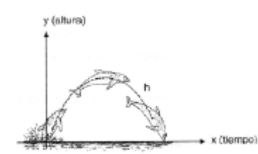
Utilice el criterio dado para llenar la siguiente tabla e indique con cual de los precios dados, se obtiene la mayor ganancia:

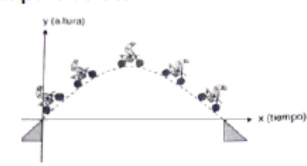
x	15	25	35	45	55
g(x)					

Analice el comportamiento de la gráfica.



En una **función cuadrática**, al desarrollar su criterio la variable dependiente (y) puede pasar que se repitan valores, por lo que la forma de la gráfica ya no está representada por una recta como sucede en las funciones lineales. Las gráficas de las funciones cuadráticas son curvas que se les denominan **parábolas**.





ProfeSergioCM 601471

CARÁCTERISTICAS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Es una función polinómica que tiene grado dos, y se define por $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde $a, b, c, \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$. Su gráfica es una parábola cuyo eje de simetría es paralelo al eje Y.

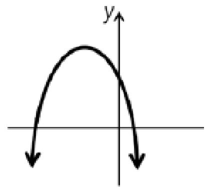
Análisis de los coeficientes:

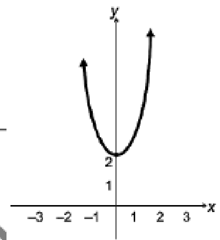
- **Coeficiente "a":**

Concavidad:

Si $a > 0$ f es cóncava hacia arriba ∪.

Si $a < 0$ f es cóncava hacia abajo ∩.



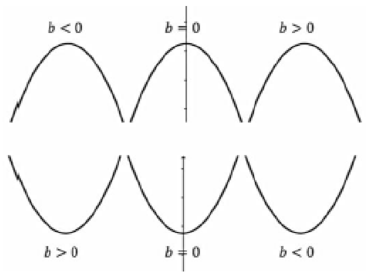


- **Coeficiente "c":** Indica por donde la parábola interseca el eje Y.

Para $f(x) = 4x^2 - 5x + 1$, tenemos que **a=4, b=-5, c=1**, por lo tanto, como **a>0** entonces su gráfica es **cóncava hacia arriba** e interseca al **eje Y en (0,1).**

Para $g(x) = 6 - 9x^2$, tenemos que **a=-9, b=0, c=1**, por lo tanto, como **a<0** entonces su gráfica es **cóncava hacia abajo** e interseca **al eje Y en (0,6).**

- **Coeficiente "b":** Indica por donde la posición del vértice (punto más bajo o alto) según el eje Y.



Si la parábola es cóncava hacia abajo:

Si b < 0, su punto máximo estará a la izquierda de Y

Si b = 0, su punto máximo estará sobre Y

Si b > 0, su punto máximo estará a la derecha de Y

Si la parábola es cóncava hacia arriba:

Si b > 0, su punto mínimo estará a la izquierda de Y

Si b = 0, su punto mínimo estará sobre Y

Si b < 0, su punto mínimo estará a la derecha de Y

ACTIVIDAD #1: Para las siguientes funciones cuadrática, indique los valores de los coeficientes a,b,c y si su gráfica es **cóncava hacia arriba** o **cóncava hacia abajo.**

Función	valor de "a"	valor de "b"	valor de "c"	Concavidad
Ejemplo: $m(x) = x^2 - 5x - 9$				
a) $h(x) = x^2 - 4x + 8$				
b) $f(x) = 6 - 7x^2$				
c) $k(x) = 12x - 8000x^2$				
d) $h(x) = \frac{3x}{4} + 6x^2 - 1$				
e) $c(m) = -4m^2 + 8m + 100$				

ACTIVIDAD #2: Indique el comportamiento de los coeficientes "a", "b" y "c" en cada gráfica de las siguientes funciones cuadráticas.

Función 1: $a > 0$ $b < 0$ $c < 0$

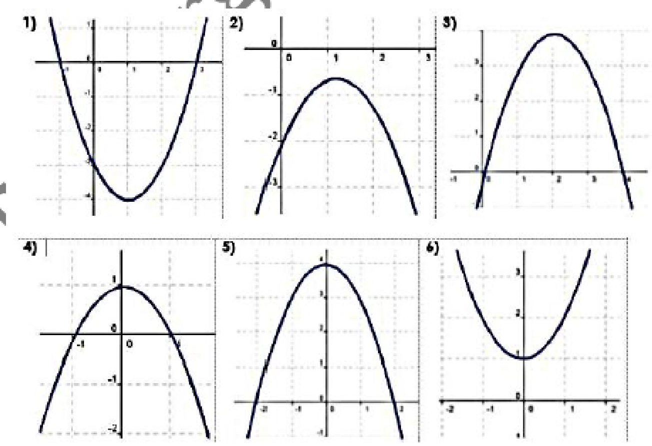
Función 2: ______ ______ ______

Función 3: ______ ______ ______

Función 4: ______ ______ ______

Función 5: ______ ______ ______

Función 6: ______ ______ ______



ProfesergioCM 60147147

- **Intersecciones con los ejes:** Son los pares ordenados que nos indica por donde la parábola interseca tanto al eje Y como eje X.

También,es posible saber **la cantidad de intersecciones** en X conociendo el valor del discriminante:

- **Discriminante:** $\Delta = b^2 - 4ac$ *(se usan los coeficientes de la función)*

Al realizar esta fórmula el resultado puede ser positivo, cero o negativo:

- Si $\Delta > 0$ (positivo) **f** interseca el eje x en dos puntos diferentes.
- Si $\Delta = 0$ **f** interseca el eje x en un punto.
- Si $\Delta < 0$ (negativo) **f** no interseca el eje x.

★Para $f(x) = 4x^2 - 5x + 1$, tenemos que **a=4, b=-5, c=1,** se resuelve $\Delta = (-5)^2 - 4{\cdot}4{\cdot}1$ por lo tanto $\Delta = 9$. **Conclusión = tiene 2 intersecciones con X.**

★Para $f(x) = 1 + 9x^2$, tenemos que **a=9, b=0, c=1,** se resuelve $\Delta = (0)^2 - 4{\cdot}9{\cdot}1$ por lo tanto $\Delta = -36$. **Conclusión = NO tiene intersecciones con X.**

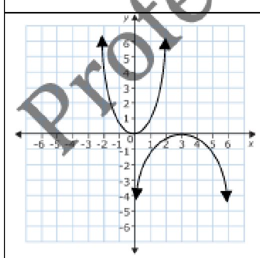
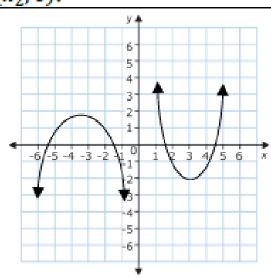
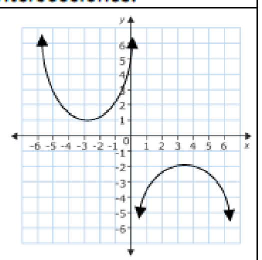
★Para $h(x) = 4x^2 + 4x + 1$, tenemos que **a=4, b=4, c=1,** se resuelve $\Delta = (4)^2 - 4{\cdot}4{\cdot}1$ por lo tanto $\Delta = 0$. **Conclusión = tiene 1 intersección con X.**

Ahora, para saber exactamente las intersecciones con los ejes:

Eje y: Se da por el punto $(0, c)$. La función cuadrática siempre interseca al eje Y en un punto.

Eje x: Es posible que la función cuadrática tenga una, dos o ninguna intersección con el eje X.

Para saber sus intersecciones, se resuelve la ecuación $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde

Si la ecuación tiene una solución, su punto se representa como (x,0).	Si la ecuación tiene dos soluciones, sus puntos se representan como $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$.	Si la ecuación no tiene soluciones, simplemente se responde que no posee intersecciones.
		

Para determinar los puntos de intersección apoyados por la calculadora, necesitamos ingresar a:

***GRIS CASIO** : MODE 5 3

***CASIO CLASSWIZ:** MENU (-) 2 2

***Nueva CASIO CLASSWIZ CW:** *HOME* $\rightarrow$ *Ecuación* $\rightarrow$ *Polinómica* $\rightarrow ax^2 + bx + c$

Se ingresan los valores de **a,b,c** y presionan =

Puede que, de **una, dos o ninguna solución.** La cantidad de soluciones indica la cantidad de intersecciones con X.

Pueden comprobarlo con: $f(x) = x^2 + x - 20$, donde $x_1 = 4$ y $x_2 = -5$, por lo tanto sus intersecciones son $(4,0)$ y $(-5,0)$.

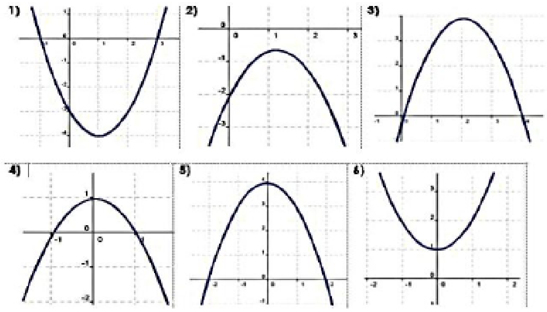
En el siguiente vídeo, se repasa lo explicado en la página anterior respecto a intersecciones y análisis del discriminante. Luego, explica con detalle el cuadro que se presenta a continuación.

<u>**EJEMPLO:** Determine las intersecciones solicitadas.</u>

CRITERIO Y cáculo del DISCRIMINANTE	POSIBLES INTERSECCIONES CON X	INTERSECCIÓN CON Y
$f(x) = x^2 + x - 2$		
$h(x) = -x^2 + 8x - 16$		
$g(x) = 3x^2 + 6$		

ProfeSergioCM 60147147

ACTIVIDAD #3: Marque con X la opción correcta para cada función, según el comportamiento de la gráfica, según su discriminante.



1)En la gráfica 1, se cumple que: ( ) $\Delta < 0$ ( ) $\Delta = 0$ ( ) $\Delta > 0$

2)En la gráfica 2, se cumple que: ( ) $\Delta < 0$ ( ) $\Delta = 0$ ( ) $\Delta > 0$

3)En la gráfica 3, se cumple que: ( ) $\Delta < 0$ ( ) $\Delta = 0$ ( ) $\Delta > 0$

4)En la gráfica 4, se cumple que: ( ) $\Delta < 0$ ( ) $\Delta = 0$ ( ) $\Delta > 0$

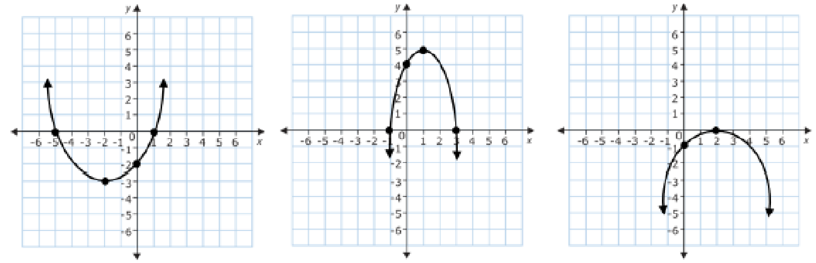
5)En la gráfica 5, se cumple que: ( ) $\Delta < 0$ ( ) $\Delta = 0$ ( ) $\Delta > 0$

6)En la gráfica 6, se cumple que: ( ) $\Delta < 0$ ( ) $\Delta = 0$ ( ) $\Delta > 0$

ACTIVIDAD #4: En las siguientes funciones cuadráticas, calcule el valor del discriminante e indique la cantidad de intersecciones en X que tiene la función.

a) $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$ ***Planteo:*** ***R/*** *El valor del discriminante corresponde a _______ por lo tanto esa función posee ______ intersecciones con el eje X.*	b) $f(x) = 9 - x^2$ ***Planteo:*** ***R/*** *El valor del discriminante corresponde a _______ por lo tanto esa función posee ______ intersecciones con el eje X.*
c) $h(x) = 4x - 8x^2$ ***Planteo:*** ***R/*** *El valor del discriminante corresponde a _______ por lo tanto esa función posee ______ intersecciones con el eje X.*	d) $k(x) = 3x^2 + 4x + 9$ ***Planteo:*** ***R/*** *El valor del discriminante corresponde a _______ por lo tanto esa función posee ______ intersecciones con el eje X.*

ACTIVIDAD #5: Analice las siguientes gráficas, e indique los pares ordenados que representan sus puntos de intersección con X y Y.



Interseca a X en __________.Interseca a X en __________.Interseca a X en ___________.

Interseca a Y en __________.Interseca a Y en __________.Interseca a Y en _________.

ACTIVIDAD #6: Para cada una de las siguientes funciones, indique las intersecciones con X y Y.

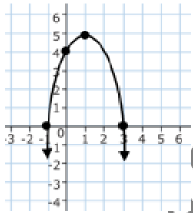
a) $h(x) = x^2 + 14x + 49$ Interseca a X en ________________. Interseca a Y en ___________.	**b)** $h(x) = x^2 - 25$ Interseca a X en ________________. Interseca a Y en ___________.
c) $k(x) = x^2 + 2x - 15$ Interseca a X en ________________. Interseca a Y en ___________.	**d)** $f(x) = x^2 + 3x + 5$ Interseca a X en ________________. Interseca a Y en ___________.
e) $h(x) = 5x - 10x^2$ Interseca a X en ________________. Interseca a Y en ___________.	**f)** $k(x) = x^2 + 3x + 2$ Interseca a X en ________________. Interseca a Y en ___________.

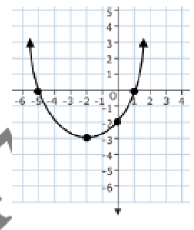
ProfeSergioCM 6014147

VÉRTICE DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Corresponde al punto más alto o bajo de la parábola. Se define por $v=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-\Delta}{4a}\right)$ y con eso obtenemos el par ordenado. Al menos, esta es la fórmula tradicional, aunque hay otras alternativas.

Gráficamente, determinar el vértice no es complejo. Podemos verlo en este ejemplo donde el vértice corresponde al punto **(1,5)** siendo ese el **punto más alto** de la parábola (punto máximo).
O en el segundo caso donde el punto **(-2,-3)** es el **punto más bajo** de la parábola (punto mínimo).





Pero si tenemos el criterio de la función cuadrática, hay varias alternativas:

ALTERNATIVA 1: Su fórmula $v=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-\Delta}{4a}\right)$. Vamos a determinar el vértice de $f(x)=x^2-9$

Paso 1: Tener los coeficientes identificados, **a=1, b=0, c=-9**

Paso 2: Calcular la parte "x" que es $\frac{-b}{2a}=\frac{-0}{2\cdot 1}=0$

Paso 3: Calcular el discriminante $\Delta=b^2-4ac$, que sería $\Delta=(0)^2-4\cdot 1\cdot -9$, por lo tanto $\Delta=36$

Paso 4: Ahora, calcular la parte "y" de la fórmula: $\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-36}{4\cdot 1}=-9$

Por lo tanto, el vértice es $(0,-9)$ siendo este el punto mínimo de la parábola. Es el punto mínimo porque es cóncava hacia arriba (a=1).

ALTERNATIVA 2: Para el mismo ejemplo $f(x)=x^2-9$, conservamos el paso 1 y 2 para obtener el "x".

Paso 1: Tener los coeficientes identificados, **a=1, b=0, c=-9**

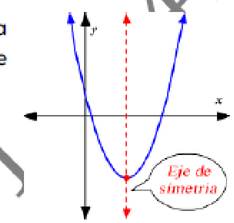
Paso 2: Calcular la parte "x" que es $\frac{-b}{2a}=\frac{-0}{2\cdot 1}=0$

Paso 3: Y para obtener el "y", ese x = 0 del paso 2 lo sustituimos directamente en el criterio $f(x)=x^2-9$, quedando $f(0)=(0)^2-9$, por lo tanto y = -9.
Así, el vértice corresponde a (0, -9).

ALTERNATIVA 3: Si posee una calculadora CASIO CLASSWIZ, vea el siguiente video:

EJE DE SIMETRÍA

Del vértice, se deduce el **EJE DE SIMETRÍA** que es la recta vertical que divide en dos partes iguales la parábola. Se calcula con $x=\frac{-b}{2a}$

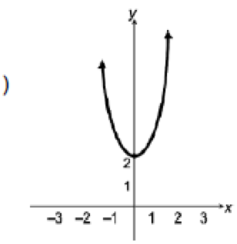


Con la información **del vértice**, podemos indicar los **intervalos crecientes y decrecientes**, además de su **ámbito.**

Ya que si la parábola es cóncava hacia arriba ($a>0$) entonces:

f es decreciente en $\left]-\infty,\frac{-b}{2a}\right[$ y **f** es creciente en $\left]\frac{-b}{2a},+\infty\right[$.

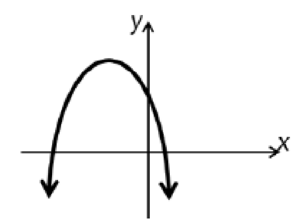
Su ámbito corresponde a $\left[\frac{-\Delta}{4a},+\infty\right[$



Ya que si la parábola es cóncava hacia abajo ($a<0$) entonces:

f es creciente en. $\left]-\infty,\frac{-b}{2a}\right[$ y **f** es decreciente en $\left]\frac{-b}{2a},+\infty\right[$

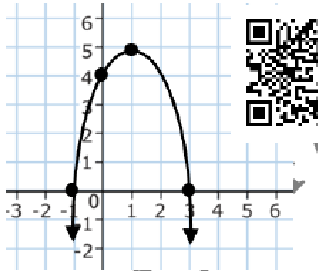
Su ámbito corresponde a $\left]-\infty,\frac{-\Delta}{4a}\right]$



Ejemplo: con la guía del docente, resuelva

A)Basándose en la gráfica, determine lo que se le solicita en cada caso.

-¿Cuál es el vértice de esta función? _________.



Por lo tanto:

-La función es creciente en __________.

-La función es decreciente en ___________.

-Su ámbito es _________.

B) Para la función $f(x)=x^2-4x$, calcule el vértice, eje de simetría, intervalos de variación y ámbito.

ACTIVIDAD #7: resuelva los ejercicios propuestos a continuación.

1)Para la siguiente gráfica, indique lo que se solicita:

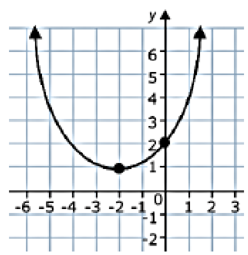
a)Vértice __________

b)Eje de simetría: _________

c)Intervalo creciente: ___________

d)Intervalo decreciente: _____________

e)Ámbito: ____________



2)Para la siguiente gráfica, indique lo que se solicita:

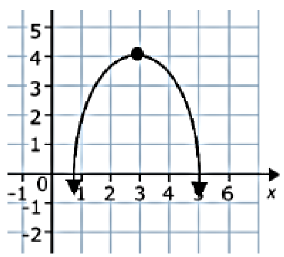
a)Vértice __________

b)Eje de simetría: _________

c)Intervalo creciente: ___________

d)Intervalo decreciente: _____________

e)Ámbito: ____________



3)Para las siguientes funciones cuadráticas, complete lo que se solicita.

Función	Vértice	Eje de simetría	Intervalo creciente	Intervalo decreciente	Ámbito
a) $k(x)=3-4x^2$					
b) $h(x)=x^2+6x$					
c) $f(x)=2x^2+3x-1$					
d) $f(x)=-x^2+9$					

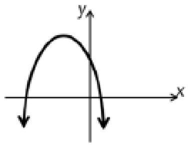
TRABAJO COTIDIANO – Función Cuadrática.	Valoración
Analiza los coeficientes "a" "b" "c" en la función cuadrática para determinar su concavidad y otras características.	
Determina la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una función dada en forma algebraica y gráficas.	
Determina el eje de simetría y el vértice a partir de una función cuadrática en su forma algebraica y gráfica.	

ProfeSergioCM 60147147

ProfeSergioCM 60147147

EJERCICIOS ADICIONALES

1)La siguiente gráfica corresponde a una función cuadrática $f(x)=ax^2+bx+c$



Considere las siguientes proposiciones:

I. $a>0$ II. $\Delta<0$

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

Considere la siguiente información para responder las preguntas 2 y 3:

Sea **f** una función cuadrática con criterio $f(x)=x^2+2x-15$

2)Con base a la información anterior analice las siguientes proposiciones:

I. $\Delta>0$
II. La gráfica interseca al eje y en el punto (0,15).

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

3)Con base a la información anterior analice las siguientes proposiciones:

I. El vértice corresponde al punto (-1,-16)
II. Uno de los puntos de intersección con el eje de las abscisas es (-5,0)

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

4)Sea f una función cuadrática con criterio $f(x)=7x^2+5x$, considere las siguientes proposiciones:

I. La función f interseca dos veces el eje de las abscisas.
II. El punto mínimo corresponde al punto $\left(\frac{-5}{14},\frac{-25}{28}\right)$.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

5)Considere la siguiente información:

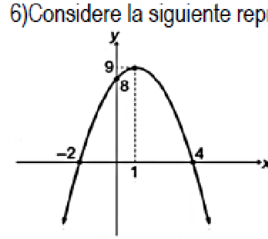
Sea **f** una función dada por $\mathbf{f(x) = -x^2 + 6x}$, con $\Delta > 0$. Considere las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de **f** es cóncava hacia arriba.
II. La gráfica de **f** tiene dos intersecciones con el eje x.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

6)Considere la siguiente representación gráfica de una función cuadrática f:

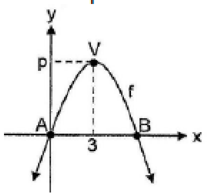


De acuerdo con la información anterior, el criterio de f corresponde a:

A) $f(x)=x^2-2x-8$
B) $f(x)=x^2+2x-8$
C) $f(x)=-x^2+2x+8$
D) $f(x)=-x^2-2x+8$

ProfeSergioCM 6014714

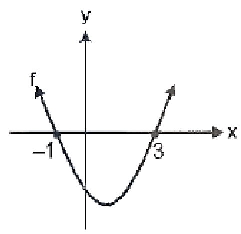
Para responder los ítems **7 y 8**, considere la siguiente información de una función cuadrática f de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde A representa el origen de coordenadas y V el punto máximo que alcanza la gráfica:



7)De acuerdo con los datos de la figura dada, considere las siguientes proposiciones:
I. $c = 0$
II. $a > 0$
De ellas son verdaderas:
A) ambas.
B) solo la I.
C) solo la II.

8)Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:
I. $\Delta > 0$
II. B está constituido por el par ordenado (6,0).
De ellas son verdaderas:
A) solo la I.
B) solo la II.
C) ambas

9)Considere la siguiente gráfica de una función f de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$:

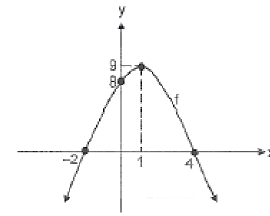


Considere las siguientes afirmaciones:
I. $\Delta < 0$.
II. f es negativa en el intervalo] -1, 3 [.
III. El eje de simetría de f corresponde a $x = 1$.

De ellas son verdaderas:
A) solo la I.
B) solo la I y la II.
C) solo la II y la III.

ProfeSergioCM 60147147

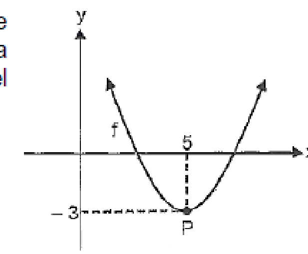
Para responder los ítems **10 y 11**, considere la siguiente gráfica de la función f, la cual es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$:



10)¿Cuál de las siguientes opciones contiene una afirmación correcta respecto a la función f?
A) $a > 0$
B) $c = 9$
C) $\Delta > 0$

11)El eje de simetría de f corresponde a:
A) $y = 1$
B) $x = 1$
C) $y = 9$

Para contestar los ítems **12, y 13**, considere la siguiente gráfica de la función f, la cual es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$, donde P representa el vértice de la gráfica:



12)¿Cuál de las siguientes opciones es correcta?
A) f no posee raíces reales.
B) f posee dos raíces reales.
C) f posee solo una raíz real.

13)¿Cuál de las siguientes opciones es correcta?
A) Se cumple que $a < 0$.
B) El eje de simetría de f es -3.
C) Un intervalo donde f es positiva corresponde a] -6, 0 [.

ProfeSergioCM 60147147

HABILIDAD:

-Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando las funciones estudiadas.

PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON FUNCIONES CUADRÁTICAS

En la resolución de problemas con la función cuadrática, podemos encontrarnos con distintas situaciones y maneras de resolver:

CALCULANDO LA IMAGEN: Usando el procedimiento tradicional de cálculo de imagen.

El criterio $g(x)=-20x^2+1400x-12000$ representa una función cuadrática que relaciona la ganancia "g(x)" en dólares que obtendría una compañía según el precio de venta "x" por unidad, de cada uno de sus productos.

Utilice el criterio dado para llenar la siguiente tabla e indique con cual, de los precios dados, se obtiene la mayor ganancia:

x	15	25	35	45	55
g(x)	4500	10500			

Por ejemplo: si el precio de venta "x" es 15 entonces, se sustituye en la función $g(15)=-20\bullet(15)^2+1400\bullet(15)-12000$ por lo tanto $g(15)=4500$ lo que significa que, al vender el producto en 15, la ganancia obtenida es 4500.

$g(25)=-20\bullet(25)^2+1400\bullet(25)-12000$ por lo tanto $g(25)=10500$ lo que significa que, al vender el producto en 25, la ganancia obtenida es 10500.

De igual manera se calculan las otras ganancias.

USANDO LOS VALORES DEL VÉRTICE: muchos problemas se resuelven ubicando el punto mínimo o máximo de la parábola. Solo hay que leer bien si lo que se necesita es el X del vértice (variable independiente) o el Y (variable dependiente).

Recordemos para calcular el vértice:

Donde X se calcula con $x=\frac{-b}{2a}$

Donde Y se calcula sustituyendo "x" en $f(x)=ax^2+bx+c$, o la fórmula $\frac{-\Delta}{4ab}$

*Si tiene el modelo CASIO Classwiz: **MENU (-) 2 2:** luego de ingresar los valores a,b,c el vértice se evidencia luego de las intersecciones con X.*

*Si tiene el modelo CASIO CW: **HOME** $\rightarrow$ **Ecuación** $\rightarrow$ **Polinómica** $\rightarrow ax^2+bx+c$: luego de ingresar los valores a,b,c el vértice se evidencia luego de las intersecciones con X.*

Veamos dos casos donde la clave está en el cálculo del vértice. El caso 1 con la parte "y" y el caso 2 con la parte "x".

CASO 1:

Para decorar un jardín de un hotel, se han instalado dispositivos de "chorro" de agua, los cuales mantienen un fluido con velocidad y ángulo continuo. Los diseñadores establecen que la parábola que forma el "chorro" de agua está dada por la siguiente función, siendo "h" la altura: $h(x)=-x^2-2x+3$. ¿Cuál es la altura máxima de ese chorro?

.

CASO 2:

El ingreso mensual "I(x)" de cierta compañía está dado por $I(x) = 770x - 7x^2$, donde "x" es el precio, en dólares, del producto que fabrica la compañía. ¿Cuál debe ser el precio en dólares, del producto para que la compañía reciba el máximo de ingreso mensual?

ProfeSergioCM 60147147

ProfeSergioCM 60147147

ACTIVIDAD #1: Resuelva los siguientes problemas.

1)Los costos de producción "C" por producir "x" cantidad de artículos en una empresa, están dados por la función $C(x) = 0,1x^2 - 5x + 1000$; donde C está en dólares. ¿Cuál es el costo en dólares de producir 300 artículos?

2)La trayectoria de un balón lanzado hacia arriba está modelada por $h(t) = 15t - 4,9t^2$, donde "h" es la altura en metros que alcanza el balón a los "t" segundos de haberse lanzado (suponga que el roce del aire no afecta). ¿Cuántos segundos tardó el balón en alcanzar la altura máxima?

3)La ganancia "g(x)" en miles de dólares por la venta de "x" unidades de cierto artículo, está modelada por $g(x) = -x^2 + 66x - 480$. ¿Cuántos de esos artículos se deben vender para obtener la mayor ganancia posible?

4)El costo "C(x)" en miles de dólares por producir "x" unidades de relojes finos está modelado por $c(x) = x^2 - 30x + 245$. ¿Cuántos de esos relojes se deben producir para obtener el menor costo posible?

ProfeSergioCM 60147147

FUNCIONES | DÉCIMO AÑO

5)La ganancia "g(x)" de una empresa, en dólares, por producir "x" unidades de un cierto artículo está modelada por $g(x) = -3x^2 + 1800x$. ¿Cuál es la máxima ganancia, en dólares, que puede obtener la empresa?

6)La trayectoria de un objeto lanzado hacia arriba desde el suelo está modelada por $h(t) = -5t^2 + 30t$, donde h(t) es la altura en metros que alcanza el objeto a los "t" segundos de haberse lanzado.

a)¿Cuál es la altura máxima, en metros que alcanza el objeto?

b)¿Cuál es la altura del objeto a los 4 segundos?

c)¿Cuántos segundos tarda el objeto desde que fue lanzado hasta que este regresa al suelo?

TRABAJO COTIDIANO – Problemas con Funciones Cuadráticas.	Valoración
Plantea y resuelve problemas en contextos reales utilizando la función cuadrática.	

ProfeSergioCM 60147147

EJERCICIOS ADICIONALES

1)Si el costo "c" (en dólares) que tiene una empresa, al producir "x" unidades de cierto producto está dado por $c(x)=0,2x^2-10x+400$, entonces, ¿Cuál es, en dólares, el costo mínimo que tiene esa empresa por la producción de las "x" unidades?

A) 25
B) 275
C) 325
D) 400

Analice la siguiente información para responder los ítems 2 y 3:
La parábola que realiza un proyectil en el aire está dada por la función $h(x)=-0,8x^2+24x$ *donde h(x) es la altura en metros alcanzada en "x" metros recorridos horizontalmente.*

2)Considere las siguientes proposiciones:
I. La altura máxima que alcanza el proyectil es de 180 metros.
II. Cuando el proyectil alcanza 7 metros recorridos horizontalmente, entonces el proyectil tiene una altura de 130 metros.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

3)¿Cuál es la altura alcanzada por el proyectil cuando recorrió 30 metros horizontalmente?
A) 0
B) 372
C) 744
D) 1440

4)Un empresario estima que la utilidad semanal "U(x)", en miles de dólares, por la producción y venta de un artículo, está dada por $U(x)=-10x^2+2000x$, donde "x" representa la cantidad de artículos producidos y vendidos semanalmente. ¿Cuál es la utilidad máxima semanal, en dólares, que puede obtener la empresa?
A) 100 000
B) 200 000
C) 400 000

5)Un niño subido en un tejado que está a 5 m de altura sobre un suelo plano, lanza una bola hacia arriba, la cual describe una parábola definida por $h(x)=-x^2+4x+5$, en donde "h(x)" representa la altura alcanzada por la bola a los "x" segundos de haber sido lanzada.
¿Cuál es el tiempo en segundos que tarda la bola en alcanzar su altura máxima?
A) 2
B) 4
C) 5

6)Los costos "c(x)" mensuales en miles de dólares de una empresa por producir "x" cantidad de relojes están modelados por $c(x)=x^2-12x+150$. Si se produce solo un tipo de reloj, entonces, el menor costo mensual en que puede incurrir corresponde a $________.
A) 138 000
B) 150 000
C) 114 000

7)El costo semanal, en dólares, c(x) que una empresa debe sufragar por producir "x" cantidad de unidades de cierto artículo está modelado por $c(x)=2x^2-60x+1769$. ¿Cuál es el menor costo posible que puede enfrentar la empresa en una semana?
A) $240
B) $1319
C) $1769

8)Un empresario estima que la utilidad semanal "u(x)", en dólares, por la comercialización de un producto está dada por $u(x)=100x-0,5x^2$, donde "x" representa la cantidad de unidades producidas y vendidas semanalmente. ¿Cuál es la utilidad semanal máxima, en dólares, que puede obtener el empresario por la comercialización de ese producto?
A) 5000
B) 4000
C) 1000

ProfeSergioCM 601471
ProfeSergioCM 601471

HABILIDADES:

- *Analizar sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.*
- *Plantear y resolver problemas en contextos reales, utilizando sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.*

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Es un conjunto de ecuaciones lineales, es decir un sistema de ecuaciones donde cada ecuación es de primer grado. El sistema que se va a estudiar es un Sistema de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Un sistema de dos ecuaciones puede tener: una solución, ninguna solución o infinitas soluciones. Ellos pueden clasificarse por el número de soluciones:

SISTEMA DE ECUACIONES COMPATIBLE (CONSISTENTE): es el que tiene al menos UNA solución.

- Si tiene solo una solución se le llama **COMPATIBLE DETERMINADO.**
- Si tiene infinitas soluciones, se le llama **COMPATIBLE INDETERMINADO.**

SISTEMA DE ECUACIONES INCOMPATIBLE (INCONSISTENTE): es el que no tiene solución.

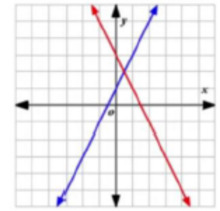
Para resolver un sistema de ecuaciones lineales, primero hay que verificar que el sistema esté ordenado, o sea, que ambas ecuaciones estén de la forma $ax + by = c$ y luego aplicar el procedimiento correspondiente.

DETERMINE EL CONJUNTO SOLUCIÓN DEL SISTEMA $\begin{cases} 2x + 3y - 20 = 0 \\ x - 3 = 2y \end{cases}$

SISTEMA DE ECUACIONES COMPATIBLE DETERMINADO:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \qquad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

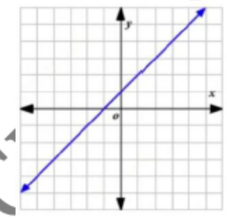
$$\begin{cases} 10x - 2y = 2 \\ -8x + 2y = 10 \end{cases}$$



SISTEMA DE ECUACIONES COMPATIBLE INDETERMINADO

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \qquad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

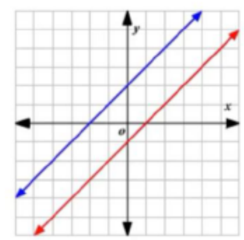
$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 6x - 9y = 6 \end{cases}$$



SISTEMA DE ECUACIONES COMPATIBLE INCOMPATIBLE

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \qquad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 7 = -4y \end{cases}$$



ProfeSergioCM 60147147

EJEMPLOS: Resuelva con la guía del docente los siguientes sistemas de ecuaciones y determine su conjunto solución.

A) $\begin{cases} 10x-2y=2 \\ y=5+4x \end{cases}$	B) $\begin{cases} 5x-y=7 \\ 15x-21-3y=0 \end{cases}$
C) $\begin{cases} 10x-24=-7y \\ y=\dfrac{2x}{3}+\dfrac{4}{3} \end{cases}$	D) $\begin{cases} 6x+3y-4=0 \\ 6y=7-12x \end{cases}$

En el siguiente código se propone determinar la solución del sistema con el apoyo de la calculadora CASIO. Contiene la revisión y explicación de los 4 ejercicios anteriores.

ACTIVIDAD #1: Determine el conjunto solución de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones.

A) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x-y=2 \end{cases}$	B) $\begin{cases} 2x+3y=-3 \\ -4x+y=13 \end{cases}$

C) $\begin{cases} x-5y=6 \\ -2x+10y=-12 \end{cases}$	D) $\begin{cases} x+y=15 \\ x+6=-y \end{cases}$
E) $\begin{cases} -2x+y=8 \\ 3x-y=-10 \end{cases}$	F) $\begin{cases} 10x-2y=2 \\ -4x+y=5 \end{cases}$
G) $\begin{cases} y-2x+5=0 \\ y-2x=7 \end{cases}$	H) $\begin{cases} x-2y=0 \\ 3y-4x=\dfrac{-5}{4} \end{cases}$
I) $\begin{cases} x+3y=4 \\ 3x-12=-9y \end{cases}$	J) $\begin{cases} -2x=-y-15 \\ x=11+y \end{cases}$

ProfeSergioCM 60147147
ProfeSergioCM 60147147

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON SISTEMA DE ECUACIONES

Con las técnicas estudiadas anteriormente, se pueden resolver ciertos problemas aplicando un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Veamos algunos ejemplos:

EJEMPLO #1: María compra 5 cuadernos y 3 lapiceros en ₡3400. Noelia compra, a los mismos precios 8 cuadernos y 9 lapiceros en ₡6700. ¿Cuál es el precio total de comprar únicamente un cuaderno y un lapicero?

EJEMPLO #2: Dos personas **A** y **B** tienen juntas $89. Si **B** tiene cuatro dólares menos que el doble de lo que tiene **A**, ¿Cuánto dinero tiene **B**?

ACTIVIDAD #2: Utilizando sistema de ecuaciones, resuelva los siguientes problemas.

1)Ana compra 2 mochilas y 5 estuches por ₡2600. Luis compra, a los mismos precios, 3 mochilas y 7 estuches por ₡3700. ¿Cuál es el precio total de comprar únicamente una mochila?

2)Pedro compra en una tienda americana 3 camisetas y 2 pantalones por ₡5300. Laura compra, a los mismos precios, 5 camisetas y 4 pantalones por ₡9500. ¿Cuál es el precio total de comprar únicamente una camiseta y un pantalón?

3)Una institución educativa pagó en el año 2020, ₡95000 por la compra de 50 cuadernos y 200 lapiceros. Meses después vuelve a comprar al mismo precio 170 cuadernos y 67 lapiceros, pero esta vez pagaron ₡139100. ¿Cuánto cuesta cada cuaderno y cada lapicero?

4)El costo de las entradas a una función de títeres es de ¢3000 para los adultos y ¢2000 para los niños. Si el sábado pasado asistieron 248 personas y se recaudaron ¢593000, ¿cuántos adultos y cuántos niños asistieron a la función el sábado?

5)Marco y sus amigos pagaron ¢10900 por 5 hamburguesas y 7 refrescos. Si la semana anterior consumieron 8 hamburguesas y 11 refrescos y la cuenta fue de ¢17300, ¿cuánto cuesta cada hamburguesa y cada refresco?

ProfeSergioCM 60147147

6)Marisol es costurera y quiere aprovechar una oferta de botones. El paquete de botones blancos cuesta ¢1500 y el de botones negros ¢1000. Si con ¢18000 compró en total 14 paquetes, ¿cuánto gastó en botones blancos?

7)Con dos camiones cuyas capacidades de carga son respectivamente de 3 y 4 toneladas, se hicieron en total 23 viajes para transportar 80 toneladas de madera. ¿Cuántos viajes realizó cada camión?

8)María y Ana tienen juntas ¢89000. Si Ana tiene ¢4000 más que el doble de los que tiene María. ¿Cuánto dinero tiene cada una?

ProfeSergioCM 60147147

TRABAJO COTIDIANO – Sistema de Ecuaciones Lineales	Valoración
Determina el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.	
Plantea y resuelve problemas en contextos reales, utilizando sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1) Roy y Mary van a la misma ferretería a comprar clavos y tornillos. Además, se sabe que:
*Ambos compraron a los mismos precios.
*Roy pagó ₡2700 por 3 kilos de clavos y 2 de tornillos.
*Mary pagó ₡1600 por 2 kilos de clavos y 1 de tornillos.

Con base en la información dada, un kilo de tornillos vale ₡_______.
A) 400
B) 540
C) 550
D) 600

2) Ana y Juana fueron a la pulpería juntas y compraron los siguientes productos:
Ana compró 5 kg de papas y 3 kg de yuca y pagó ₡4300 en total.
Juana compró 4 kg de papas y 2 kg de yuca y pagó ₡3200 en total.

Si ambas compraron a los mismos precios, entonces, ellas pagaron ₡_____ por cada kg de yuca.
A) 600
B) 640
C) 750
D) 860

3) Andrea pagó por 3 kg de papas y 2 kg de zanahoria un total de ₡2394. Luego Manuel pagó por 4 kg de papas y 5 kg de zanahoria un total de ₡4368. Si ambos compraron a los mismos precios, entonces, cada kg de zanahoria costó ₡_____.
A) 462
B) 492
C) 504
D) 550

4) Angie pagó ₡2800 por dos lapiceros y tres cuadernos. David canceló ₡3200 por 4 lapiceros y 2 cuadernos. Si él compró a los mismos precios que Angie, entonces, se pagó por cada cuaderno ₡________
A) 400
B) 545
C) 560
D) 600

ProfeSergioCM 60147147

5)En una actividad, el valor de 10 entradas para adulto y 9 para niño es ₡51200 y el valor de 15 entradas para adulto y 17 para niño es ₡83100.
De acuerdo con la información anterior, si cada entrada para adulto tiene el mismo valor y cada entrada para niño tiene el mismo valor, entonces el valor, en colones, de una entrada para niño es:
A) 1800
B) 2633
C) 2695
D) 3300

6)En una tienda en la cual se venden capas y paraguas, las capas cuestan ₡1100 cada una y los paraguas ₡2300 cada uno. Si en una semana se venden 52 unidades, entre capas y paraguas, y se obtiene por esa venta un monto de ₡98000, entonces, ¿cuántos paraguas se vendieron durante esa semana?
A) 16
B) 26
C) 34
D) 42

7)En una librería un profesor compra 5 libros de prácticas al mismo precio cada uno y 4 lapiceros al mismo precio cada uno, por lo cual paga en total ₡14300. Además, otro cliente compra 3 lapiceros y 6 libros, todos idénticos a los que compró el profesor y al mismo precio, y le cobran ₡16350 colones.
De acuerdo con la información anterior, el precio de cada lapicero, en colones, corresponde a
A) 450
B) 588
C) 1133
D) 2158

8)Una institución educativa pagó en el año 2015, ₡301 000 por la compra de 110 cuadernos y 200 lápices. En el año 2016, vuelve a comprar al mismo precio 250 cuadernos y 400 lápices, pero esta vez pagaron ₡665 000. ¿Cuánto cuesta cada cuaderno?
A) ₡134
B) ₡350
C) ₡2100
D) ₡2695

ProfeSergioCM 6014714

9)En el mes de febrero el consumo telefónico fue de 4400 minutos por el servicio **A** y de 5800 minutos por el servicio **B**. Por ese consumo la agencia tuvo que pagar ₡60 400. Si la suma de los costos por minuto de los dos servicios contratados es ₡11,5 entonces, ¿cuál fue el costo, en colones, por minuto de consumo del servicio de la empresa **B** en ese mes?
A) 4
B) 5
C) 7
D) 11

10)Un estudiante realiza una prueba de aptitud que consta de 40 preguntas. Por cada respuesta correcta obtiene 2,5 puntos, pero por cada respuesta incorrecta se penaliza la nota obtenida rebajando 0,75 puntos. Si el estudiante obtuvo un 70,75 de nota, en escala de 0 a 100, entonces ¿cuántas preguntas respondió correctamente?
A) 9
B) 17
C) 23
D) 31

11)Las entradas a un evento deportivo tenían un valor de ₡3700 bajo el sol y de ₡5200 a la sombra. Si al evento asistieron 349 personas y se recaudó ₡1622800 por la venta de las entradas, entonces, ¿cuántas personas presenciaron el evento a la sombra?

A) 128
B) 221
C) 312
D) 438

12)Un cajero automático contiene únicamente billetes de ₡2000 y ₡5000. Carlos necesita ₡110 000 y realiza la transacción en ese cajero por ese monto. Si el cajero le dispensa 34 billetes en total, entonces: ¿cuántos billetes de ₡5000 obtiene Carlos de ese cajero?

A) 14
B) 20
C) 22
D) 34

ProfeSergioCM 6014714

HABILIDADES:

-Identificar las condiciones para que una función tenga inversa.

-Relacionar la gráfica de una función con la gráfica de su inversa.

-Determinar intervalos en los cuales una función representada gráficamente tiene inversa.

-Determinar y graficar la función inversa de f(x)= mx+b, m≠0.

FUNCION INVERSA

ACTIVIDAD DE INICIO:

Relacione a 6 estudiantes del grupo (conjunto de partida) con el mes en que cumple años (conjunto de llegada).

	ENERO FEBRERO MARZO ABRIL MAYO JUNIO JULIO AGOSTO SETIEMBRE OCTUBRE NOVIEMBRE DICIEMBRE

Responda:

a)¿Es posible relacionar a cada estudiante del grupo con el mes de cumpleaños? ¿se considera función?

b)Si los mismos conjuntos se acomodan al contrario, ¿es posible relacionar cada mes del año con cada estudiante del grupo? ¿se considera función?

<u>CONDICIONES PARA QUE UNA FUNCION TENGA INVERSA</u>

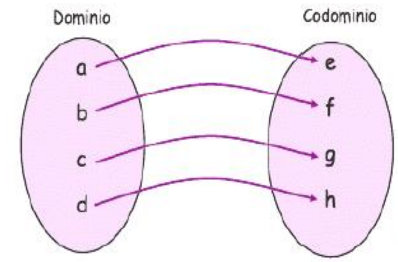
Para que una función f: $A \to B$ tenga una función inversa, debe cumplir con dos condiciones principales:

Ser INYECTIVA (uno a uno): Si a cada elemento del conjunto de partida le corresponde un único elemento del conjunto de llegada, o sea, para cada imagen existe una preimagen única (<u>**no se repiten imágenes**</u>).

Ser SOBREYECTIVA: Cuando todos los elementos del conjunto de llegada, tiene su respectiva preimagen. (<u>el codominio es igual ámbito de la función</u>).

Cuando una función es tanto <u>inyectiva</u> como <u>sobreyectiva</u>, se dice que es **BIYECTIVA**, y solo las funciones biyectivas pueden tener inversa. La función inversa f^{-1} "deshace" lo que hace f, es decir, si $f(a)=b$, entonces $f^{-1}(b)=a$.

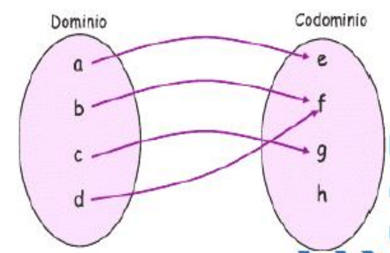
Analicemos si las siguientes funciones son biyectivas:



1. No se repiten imágenes

2. El ámbito y el codominio son iguales: $\{e,f,g,h\}$.

3. La función es biyectiva, por lo que **SI tiene inversa.**

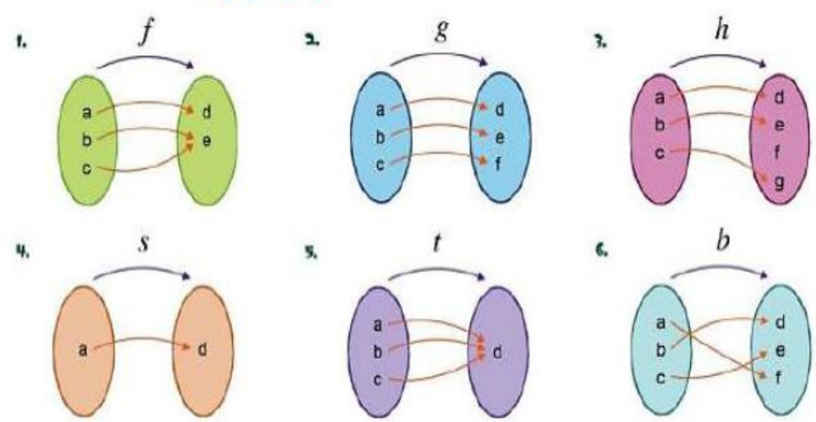


1. Se repite la imagen f

2. El ámbito $\{e,f,g\}$ no es igual al codominio $\{e,f,g,h\}$.

3. La función no es biyectiva, por lo que **NO tiene inversa.**

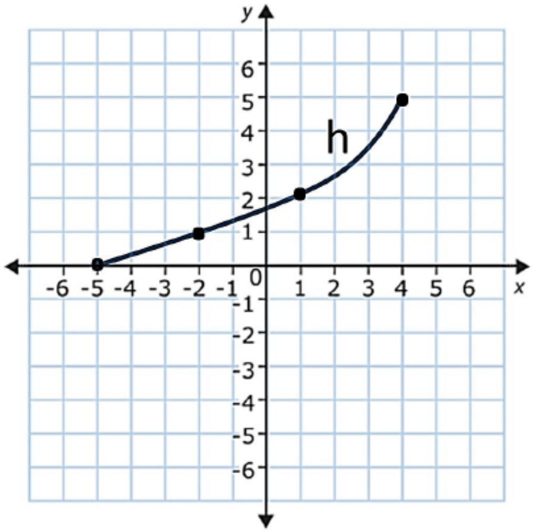
<u>**ACTIVIDAD #1:** Marque con X la o las funciones que posean inversa (son biyectivas).</u>



6014747 ProfeSergioCM

CONCEPTO DE FUNCIÓN INVERSA.

Sea $f: A \to B$ una función, su inversa se representa por $f^{-1}: B \to A$. Las gráficas de las funciones $f(x)$ y $f^{-1}(x)$ son simétricas respecto a la función $f(x) = x$ (función identidad).



ACTIVIDAD de EJEMPLO:

1)Anote pares ordenados de la función h: ____.

2)Grafique la función identidad ($f(x) = x$).

3)Deducir algunos pares ordenados para h^{-1} basándose en la información de h. Grafique a h^{-1}. ____.

4)¿Qué observa que sucede con la gráfica de h^{-1} respecto a h?

____.

PROCEDIMIENTO RECOMENDADO:

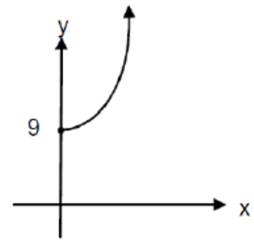
A)Extraer los pares ordenados posibles de la función original.

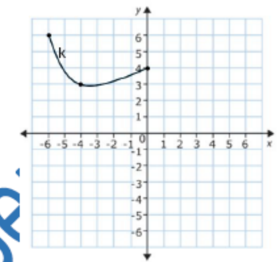
B)Aplicar el concepto de inversa (si en f existe (3,5) en f^{-1} existe (5,3)).

C)Con los nuevos pares ordenados, se grafica la inversa.

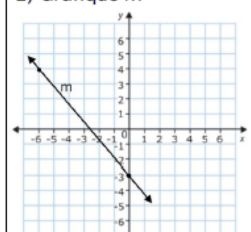
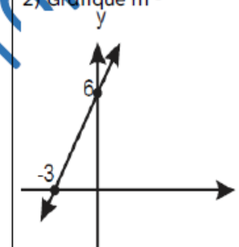
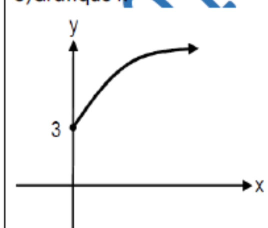
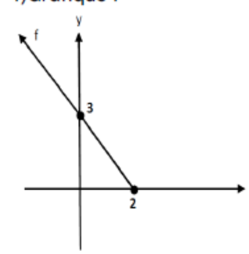
D)Graficar la función identidad y=x es opcional, pero ayuda a visualizar mejor la simetría entre la función original y su inversa.

EJEMPLOS: Determine la gráfica de la inversa para las siguientes funciones.



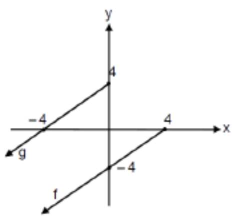


ACTIVIDAD#2: Grafique la inversa de las siguientes funciones.

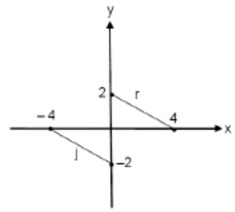
1) Grafique m^{-1}	2) Grafique m^{-1}
	
3)Grafique k^{-1}	4)Grafique f^{-1}
	

ACTIVIDAD#3: Para cada pareja de funciones (Ejercicios 1,2,3,4), indique si corresponden a funciones inversas entre sí. Justifique cada respuesta. Para el ejercicio 5, marque con X la opción correcta.

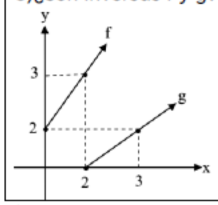
1)¿Son inversas g y f?



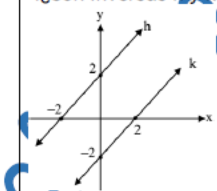
2)¿Son inversas j y r?



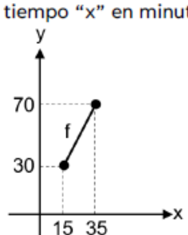
3)¿Son inversas f y g?



4¿Son inversas h y k?

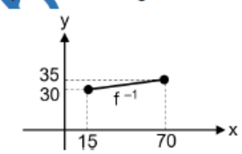


5)**MARQUE CON X:** La siguiente representación gráfica corresponde a la función **f**, que determina la cantidad de agua "y" en litros contenida en un tanque, en función del tiempo "x" en minutos transcurridos desde que se empezó a llenar, con $15 \leq x \leq 35$.

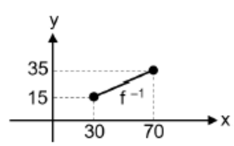


La representación gráfica de f^{-1} corresponde a

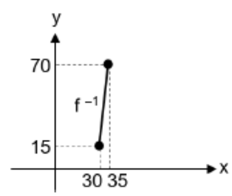
A)



B)



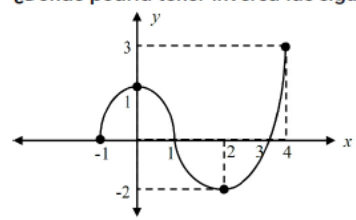
C)

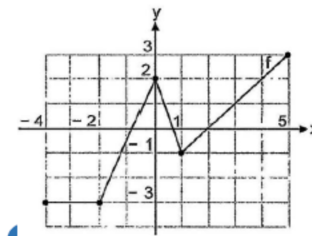


INTERVALOS DONDE UNA FUNCIÓN POSEE INVERSA

Para que una función tenga inversa, esta debe ser BIYECTIVA (*Inyectiva y sobreyectiva*). Por lo tanto, gráficamente, se deben identificar intervalos donde la función es **estrictamente creciente o estrictamente decreciente** para que pueda tener inversa y así al menos garantizar la inyectividad.

¿Dónde podría tener inversa las siguientes gráficas? Anote algunos intervalos correctos.





______________________ ______________________

ACTIVIDAD#4: Para cada gráfica, marque con X **la o las opciones** donde existan intervalos de la función presentada donde podría tener inversa.

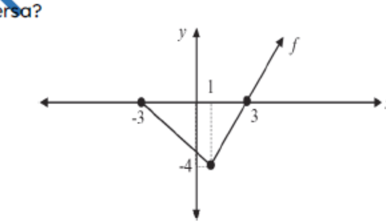
a)¿ Intervalo(s) donde f podría tener inversa?

( )]−3,1[

( )]−3,3[

( )]1,6[

( )]0,3[



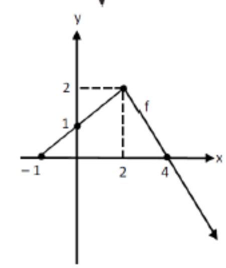
b)¿ Intervalo(s) donde f podría tener inversa?

( )]−1,4[

( )]−1,2[

( )]4,8[

( )]2,4[



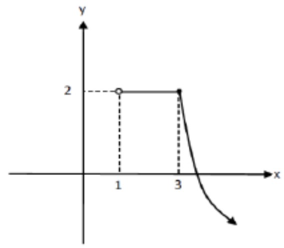
c)¿Intervalo(s) donde la función podría tener inversa?

( )]1,3[

( )]1,+∞[

( )]3,10[

( )]3,+∞[



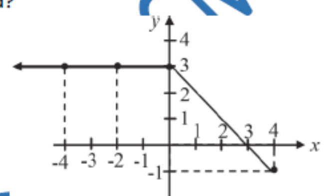
d)¿Intervalo(s) donde la función podría tener inversa?

( )]−∞,4[

( )]−4,2[

( )]−2,4[

( )]1,3[



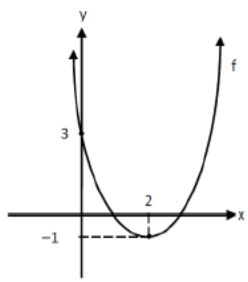
e)¿Intervalo(s) donde f podría tener inversa?

( )]0,2[

( )]2,5[

( )]5,+∞[

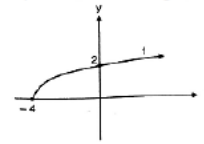
( )]0,4[



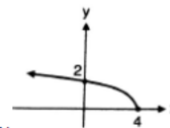
TRABAJO COTIDIANO – Función Inversa, conocimientos iniciales.	Valoración
Identifica las condiciones para que la función tenga inversa.	
Relaciona la gráfica de una función con la gráfica de su inversa.	
Determina intervalos en los cuales una función representada tiene inversa.	

EJERCICIOS ADICIONALES

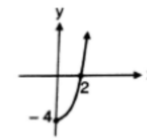
1) Considere la siguiente representación gráfica de la función f:



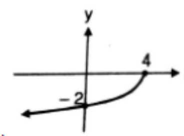
De acuerdo con la información anterior, la gráfica de la función inversa de f corresponde a:



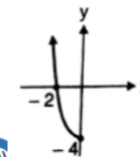
A)



B)

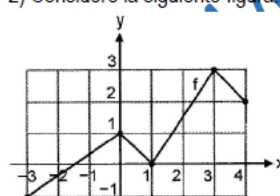


C)



D)

2) Considere la siguiente figura:



Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A)]1,3[

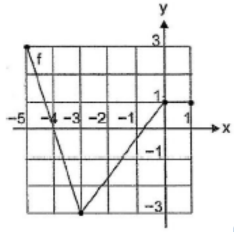
B)]1,4[

C)]−2,2[

D)]−3,1[

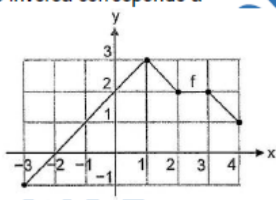
3) Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa, corresponde a

A) $[-1,1]$
B) $[-2,1]$
C) $[-4,-2]$
D) $[-5,-4]$



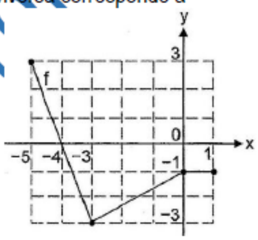
4) Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A) $]1,3[$
B) $]2,4[$
C) $]-3,0[$
D) $]-3,2[$



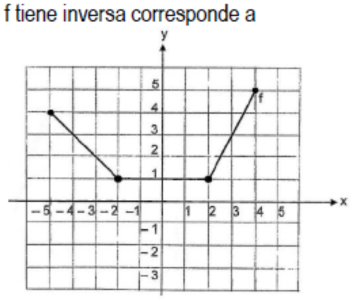
5) Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A) $[0,1]$
B) $[-1,1]$
C) $[-2,-1]$
D) $[-5,-1]$



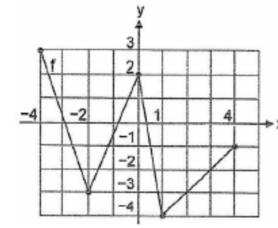
6) Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A) $]1,5[$
B) $]-2,2[$
C) $]-5,1[$
D) $]-4,-2[$



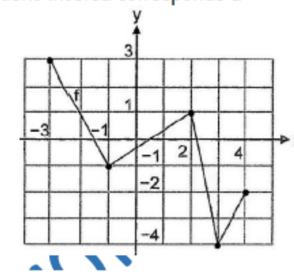
7)Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A) $]0,1[$
B) $]0,2[$
C) $]-3,-1[$
D) $]-4,-1[$

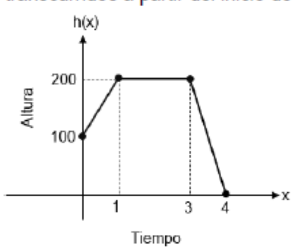


8)Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A) $]0,3[$
B) $]-1,4[$
C) $]-2,2[$
D) $]-3,-1[$



9)La siguiente representación gráfica corresponde a la función h que determina la altura "h(x)" en metros desde el suelo a la que vuela un ave, en función del tiempo "x" en minutos transcurridos a partir del inicio de una observación, con $0 \le x \le 4$:



De acuerdo con la información anterior, si para realizar un estudio científico se requiere determinar un posible intervalo del dominio de h, tal que esta función tenga inversa, entonces, ¿cuál de los siguientes intervalos correspondería a ese posible dominio?

A) $[0,2]$
B) $[1,3]$
C) $[3,4]$

CRITERIO DE UNA FUNCIÓN INVERSA

ACTIVIDAD DE INICIO:
Si el costo de alquilar una bicicleta es de ₡2500 por hora.

A) ¿Cuánto se paga por 3 horas?

B)¿Cuántas horas puedo alquilarla con ₡12500?

¿Qué operación(es) utilizó para resolver las preguntas anteriores?

Para determinar el criterio de una función inversa correspondiente a funciones de la forma $f(x)=mx+b$, con $m\neq 0$, dependiendo lo complejo de la función, se podría usar el procedimiento de despeje.
Aunque hay funciones muy simples donde no es necesario despejar, como es el caso que $f(x)=x+3$ ya que su inversa es $f^{-1}(x)=x-3$. Veamos más casos "rápidos":

Si $f(x)=x-5$ entonces su inversa sería ________________________.

Si $h(x)=x+20$ entonces su inversa sería ________________________.

Si $m(x)=8x$ entonces su inversa sería ________________________.

Si $g(x)=\frac{x}{10}$ entonces su inversa sería ________________________.

Recordemos que la función inversa f^{-1} "deshace" lo que hace f, es decir, si $f(a)=b$, entonces $f^{-1}(b)=a$, así que comprobémoslo:

¿Cuál es la imagen de 7 en $f(x)=x+3$?

$f(x)=x+3$ $\qquad$ $f(7)=7+3$ $\qquad$ por lo tanto $f(7)=10$

Ahora, ¿Cuál sería la imagen de 10 en $f^{-1}(x)=x-3$ que es la inversa de f?

Lo anterior puede comprobarlo con cualquier función y su inversa.

Ahora, estudiemos los casos donde podríamos necesitar un procedimiento algebraico para determinar el criterio de la inversa de una función:

Determinemos el criterio de la inversa de $f(x)=2x+3$; $f:[5,10]\to[13,23]$

$y=2x+3$ $\qquad$ Cambiamos el $f(x)$ por "y"

$2x+3=y$ $\qquad$ Se puede reacomodar (no obligatorio), para iniciar el despeje de "x".

$2x=y-3$ $\qquad$ Se realizan los pasos conocidos al despejar "x"

$x=\frac{y-3}{2}$ $\qquad$ Luego de concluido el despeje, se escribe de la forma $f^{-1}(x)=\frac{x-3}{2}$

No debemos olvidar el dominio y codominio: $f^{-1}:[13,23]\to[5,10]$

Veamos otros ejemplos con detalle. En todos los casos, determine la función inversa.

1) $f(x)=2x-10$; $f:]-1,5[\to]-12,0[$	**2)** $h(x)=\frac{x-3}{5}$; $h:[0,3[\to\left[\frac{-3}{5},0\right[$
3) $g(x)=\frac{x}{5}+8$; $g:M\to N$	**4)** $f(x)=10-5x$; $f:[0,10]\to B$

60147147 ProfeSergioCM
60147147 ProfeSergioCM

ACTIVIDAD #1: Determine el criterio de la función inversa en cada caso.

1) $f(x)=x+25$	**2)** $f(x)=x-13$
3) $h(x)=7x$	**4)** $f(x)=\frac{x}{3}$
5) $g(x)=3x+8$	**6)** $h(x)=\frac{x-5}{13}$
7) $m(x)=\frac{x}{4}-1$	**8)** $n(x)=4-3x$
9) $f(x)=2x+4$, $f:]0,10[\to]4,24[$	**10)** $h(x)=7-x$, $h:[3,6]\to[1,4]$

TRABAJO COTIDIANO – Criterio de una función inversa	Valoración
Determina la función inversa de f(x)=mx+b	

60147147 ProfeSergioCM

EJERCICIOS ADICIONALES

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS: Determine la inversa de cada una de las siguientes funciones.

1) $f(x)=4x$	**2)** $k(x)=\frac{x}{10}$
3) $h(x)=x+8$	**4)** $f(x)=x-6$, si $f:]2,7[\to]-4,1[$
5) $n(x)=2x+5$	**6)** $h(x)=7x-2$, si $h:M\to[0,10]$
7) $g(x)=\frac{4+x}{5}$	**8)** $f(x)=\frac{x}{7}+4$, si $A\to B$
9) $k(x)=\frac{x-3}{7}$	**10)** $g(x)=\frac{x}{8}-3$

Ej 1-2-3-4

Ej 5-6

Ej 7-8-9-10

60147147 ProfeSergioCM

SELECCIÓN ÚNICA: Marque con X la respuesta correcta.

1) Considere la función biyectiva $f(x)=2x+5$. De las siguientes funciones, ¿cuál corresponde a la inversa de f?

A) $f^{-1}(x)=-2x-5$

B) $f^{-1}(x)=\frac{x-2}{5}$

C) $f^{-1}(x)=5x+2$

D) $f^{-1}(x)=\frac{x-5}{2}$

2) Si **h** es la función dada por $h(x)=4x-12$, entonces, ¿Cuál es el criterio de la función inversa de h?

A) $h^{-1}(x)=\frac{-x}{4}-3$

B) $h^{-1}(x)=\frac{x}{4}+3$

C) $h^{-1}(x)=\frac{-x}{4}+3$

D) $h^{-1}(x)=-4x-3$

3)La inversa de la función f dada por $f(x)=\frac{2x}{3}+2$ corresponde a $f^{-1}(x)=$________.

A) $\frac{2x}{3}-3$

B) $\frac{3x}{2}-3$

C) $\frac{2x}{3}+3$

D) $\frac{3x}{2}+3$

4)La inversa de la función f dada por $f(x)=\frac{-2x}{3}+4$ corresponde a $f^{-1}(x)=$_______.

A) $\frac{3x}{2}-2$

B) $\frac{3x}{2}-6$

C) $\frac{-3x}{2}+2$

D) $\frac{-3x}{2}+6$

5) Si f es la función dada por $f(x)=\frac{x+4}{3}$, entonces, ¿cuál es el criterio de la función inversa de f?

A) $f^{-1}(x)=\frac{x-3}{4}$

B) $f^{-1}(x)=\frac{x-4}{3}$

C) $f^{-1}(x)=3x-4$

D) $f^{-1}(x)=-3x-4$

6) La inversa de la función f dada por $f(x)=\frac{x}{2}+4$ corresponde a a $f(x)^{-1}=$________

A) x + 8
B) x – 8
C) 2x + 8
D) 2x – 8

7) La distancia "g" en kilómetros a la que se encuentra un vehículo con respecto a la iglesia principal de una ciudad en función de la cantidad "u" de kilómetros recorridos por ese vehículo a partir del inicio de un viaje está dada por $g(u)=210+u$.
De acuerdo con la información anterior, ¿cuál de los siguientes criterios de funciones relaciona a la cantidad "u(g)" de kilómetros recorridos por el vehículo, a partir del inicio de un viaje, en función de la distancia "g" a la que se encuentra ese vehículo con respecto a la iglesia principal de la ciudad?

A) u(g) = -g + 210
B) u(g) = g + 210
C) u(g) = g – 210

8) La altura h(t) en centímetros de una planta en función del tiempo "t" en días desde que fue plantada, está dada por $h(t)=3t+14$, ¿cuál de las siguientes opciones expresa el tiempo t(h) en función de la altura h?

A) $t(h)=14h-3$

B) $t(h)=\frac{h-3}{14}$

C) $t(h)=\frac{h-14}{3}$

60147147 ProfeSergioCM
60147147 ProfeSergioCM

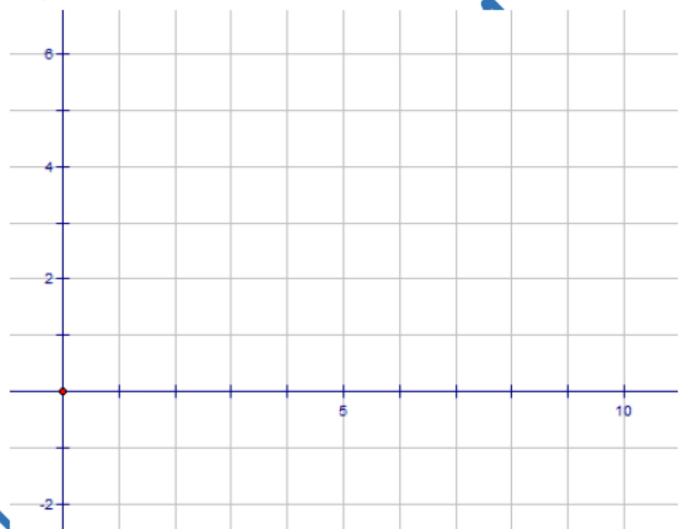
HABILIDAD:

- *Analizar gráfica y algebraicamente la función con criterio dado por* $f(x)=a\sqrt{x+b}+c$

GRÁFICA DE LA FUNCIÓN RAIZ CUADRADA

ACTIVIDAD DE INICIO: Grafique la función $f(x)=\sqrt{x}$ respetando la tabla de valores presentada. Analice su comportamiento.

x	f(x)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	



601471

TRANSFORMACIONES EN FUNCIONES RAIZ CUADRADA

Las transformaciones en funciones raíz cuadrada son cambios que se aplican a la función básica de raíz cuadrada $f(x)=\sqrt{x}$ para alterar su gráfica. Estas transformaciones pueden incluir traslaciones y reflexiones.

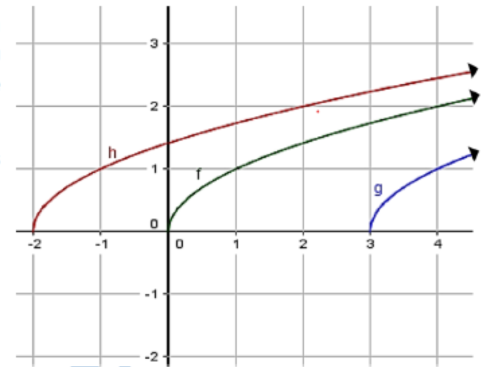
TRASLACIÓN HORIZONTAL

Si sumamos o restamos una constante "b" al argumento de la función, $f(x)=\sqrt{x\pm b}$, la gráfica se desplazará horizontalmente.

Analice lo sucedido en las siguientes funciones:

$h(x)=\sqrt{x+2}$

$g(x)=\sqrt{x-3}$



6014147 Pro

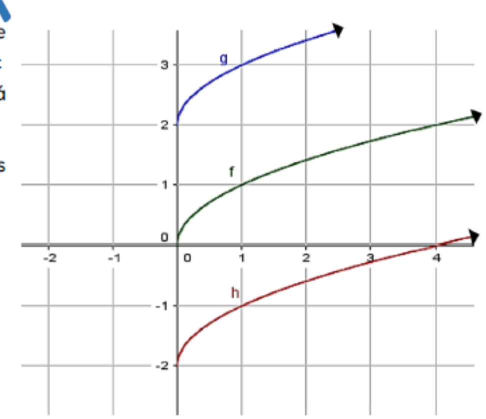
TRASLACIÓN VERTICAL

Al sumar o restar una constante "c" a toda la función, $f(x)=\sqrt{x}\pm c$ la gráfica se desplazará verticalmente.

Analice lo sucedido en las siguientes funciones:

$h(x)=\sqrt{x}-2$

$g(x)=\sqrt{x}+2$



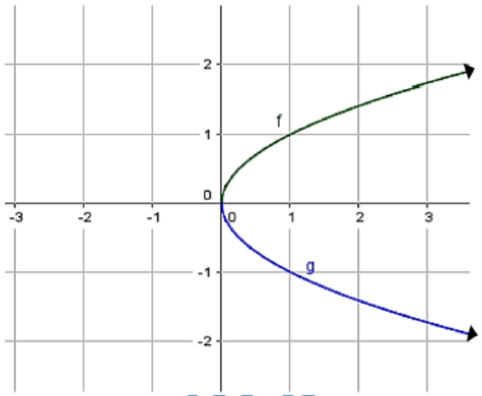
REFLEXIÓN SOBRE EL EJE X

Se logra multiplicando toda la función por -1. $g(x) = -\sqrt{x}$ lo que invierte la gráfica a través del eje X.

Analice lo sucedido en las siguientes funciones:

$f(x) = \sqrt{x}$

$g(x) = -\sqrt{x}$



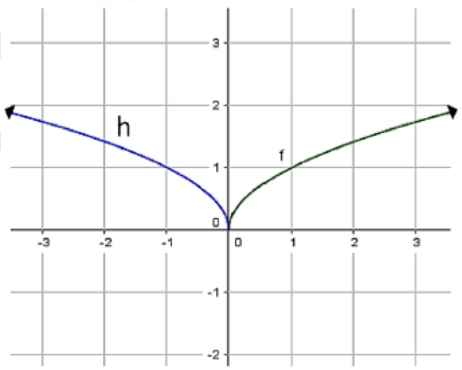
REFLEXIÓN SOBRE EL EJE Y

Se logra multiplicando el argumento de la función por -1. $h(x) = \sqrt{-x}$ lo que invierte la gráfica a través del eje Y.

Analice lo sucedido en las siguientes funciones:

$f(x) = \sqrt{x}$

$h(x) = \sqrt{-x}$



Explicación de las transformaciones

EJEMPLO:

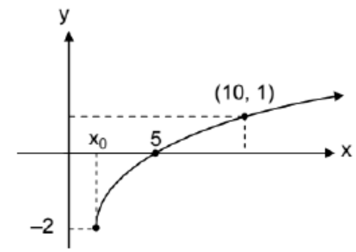
1) Analice la siguiente gráfica e identifique el criterio que le corresponde.

A) $f(x) = \sqrt{x-2}$

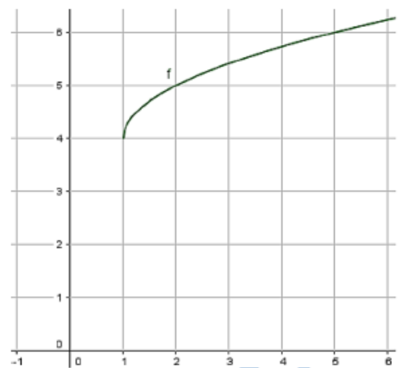
B) $f(x) = \sqrt{x+2}$

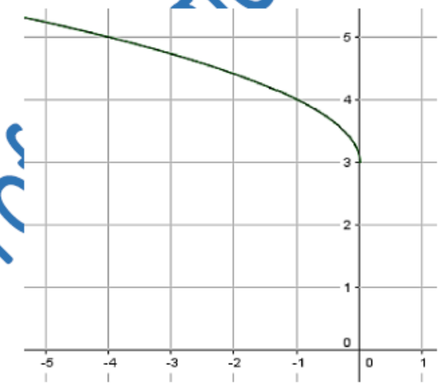
C) $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$

D) $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$

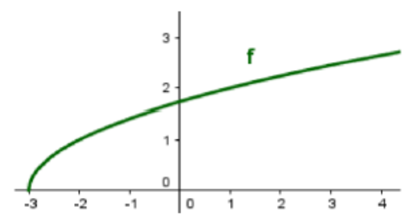


2)Escriba el criterio correspondiente para cada gráfica.





______________________ ______________________



____

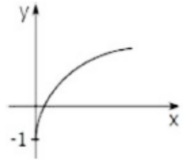
ACTIVIDAD #1: Marque con X la opción que representa la respuesta correcta

1)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=\sqrt{x}-1$

B) $f(x)=\sqrt{x}+1$

C) $f(x)=\sqrt{x-1}$

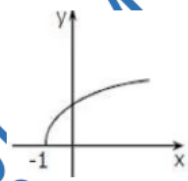


2)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=\sqrt{x}+1$

B) $f(x)=\sqrt{x+1}$

C) $f(x)=\sqrt{x-1}$

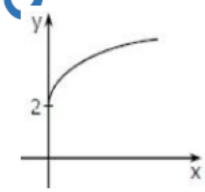


3)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=\sqrt{x}+2$

B) $f(x)=\sqrt{x}-2$

C) $f(x)=\sqrt{x+2}$

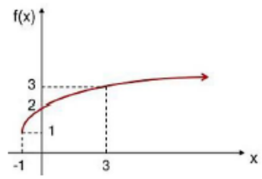


4)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=\sqrt{x+1}+1$

B) $f(x)=\sqrt{x-1}+1$

C) $f(x)=\sqrt{x+1}-1$

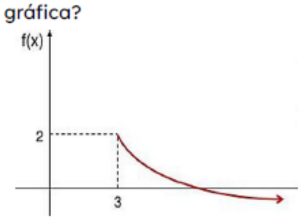


5)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=-\sqrt{x+2}+3$

B) $f(x)=-\sqrt{x-2}+3$

C) $f(x)=-\sqrt{x-3}+2$



FUNCIÓN RAIZ CUADRADA Y SU INVERSA FUNCIÓN CUADRÁTICA

El criterio de la función raíz cuadrada de "x" viene dado de la forma $f(x)=\sqrt{x}$, siempre que $f:[0,+\infty[\rightarrow[0,+\infty[$. La gráfica de una función raíz cuadrada es inversa a la de una función cuadrática, cuyo dominio permite que sea inyectiva.

El proceso para determinar la inversa en funciones de este tipo es el mismo estudiado anteriormente. Igualmente se pueden resolver situaciones en contexto.

DETERMINE LA INVERSA DE:

1) $g(x)=\sqrt{x+5}$	2) $k(x)=\sqrt{x}-4$	3) $f(x)=x^2+9$	4) $h(x)=(x-7)^2$

5)Considere la siguiente información:

La temperatura "t" en grados Celsius medida por una persona, está dada por $t(d)=-4\sqrt{d-5}+50$, donde "d" representa la distancia en metros a la que se ubica esa persona desde un calentador, con $5\leq d\leq 80$. De acuerdo con la información anterior, si la persona se ubica a una distancia de 41 m desde ese calentador, entonces, ¿cuál es la temperatura medida por esa persona?

Ejemplos 1,2,3,4,5

ACTIVIDAD#2: Determine el criterio de la inversa de las siguientes funciones.

6014747 ProfeSergioCM
6014747 ProfeSergioCM

1) $g(x)=\sqrt{x}$	**2)** $f(x)=\sqrt{x+6}$
3) $f(x)=\sqrt{x-4}$	**4)** $f(x)=\sqrt{x}+10$
5) $f(x)=\sqrt{x}-5$	**6)** $g(x)=\sqrt{3x+1}$
7) $k(x)=x^2-6$	**8)** $f(x)=(x+7)^2$
9) $f(x)=3x^2-2$	**10)** $h(x)=(2x-5)^2$

ACTIVIDAD#3: Resuelva los siguientes problemas que involucran funciones de las estudiadas anteriormente. Debe demostrar el procedimiento empleado.

1)Una fábrica de recipientes está por sacar uno que tiene forma de prisma recto de base cuadrada. El volumen "v" en centímetros cúbicos de cada recipiente está dado por $v(x)=8x^2$, donde "x" representa la medida en centímetros del lado de la base de cada adorno. Si se necesita conocer la medida del lado de la base de cada recipiente para luego empaquetarlos, entonces la medida "x(v)" en función del volumen "v" corresponde a

A) $x(v)=\sqrt{\frac{v}{8}}$

B) $x(v)=\frac{\sqrt{v}}{8}$

C) $x(v)=\sqrt{v-8}$

2)La mayor cantidad "A" de arbustos de cierta especie que se puede sembrar en un terreno, está dada por $A(x)=\sqrt{x}-3$, donde "x" es el área en metros cuadrados, que tiene el terreno con $15<x<50$. ¿Cuál es la mayor cantidad de arbustos de esa especie que se pueden sembrar en un terreno cuya área es 36 m^2?

A) 3

B) 6

C) 9

3)En un experimento científico se determina que la cantidad aproximada "n(x)" en miles de bacterias, está dada por $n(x)=\sqrt{x+5}$, donde "x" representa el tiempo, en horas, transcurrido desde que inició ese experimento con $0<x\le 20$.
¿Qué cantidad de bacterias aproximadamente hay al transcurrir 8 horas?

A) 360

B) 2800

C) 3600

TRABAJO COTIDIANO – Función raíz cuadrada	Valoración
Determina el criterio de una función de la forma $f(x)=a\sqrt{x+b}+c$ basado en su representación gráfica.	
Determina la inversa de la función con criterio $f(x)=a\sqrt{x+b}+c$	

EJERCICIOS ADICIONALES

6014147 ProfeSergioCM
6014147 ProfeSergioCM

Determine el criterio de la inversa en las siguientes funciones.

1) $g(x)=3x^2$	**2)** $f(x)=\left(\frac{x}{4}\right)^2$
3) $h(x)=\frac{\sqrt{x}}{5}$	**4)** $f(x)=\sqrt{8x}$
5) $f(x)=x^2+9$	**6)** $h(x)=(x-9)^2$
7) $g(x)=\sqrt{x+5}$	**8)** $k(x)=\sqrt{x}-2$

60147147 ProfeSergioCM

Ej 1-2-3-4

Ej 5-6-7-8