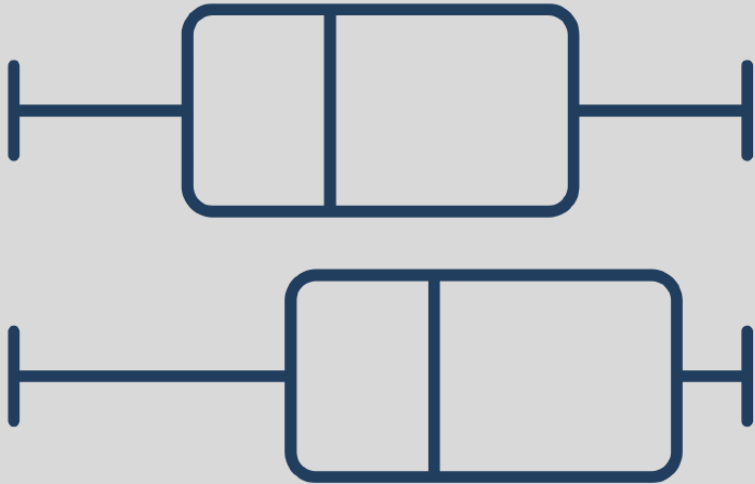




EDITORIAL PROYECTOS QR

ESTADÍSTICA 11

www.profesergiocm.com



NOMBRE: _____ GRUPO: _____

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ESTADÍSTICA | UNDÉCIMO AÑO

ESTADÍSTICA 11°

TABLA DE CONTENIDOS	Página
MEDIDAS DE VARIABILIDAD - INTRODUCCIÓN	2
RECORRIDO Y RECORRIDO INTERCUARTÍLICO	4
VARIANZA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR	11
DIAGRAMA DE CAJAS Y BIGOTES	17
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	26
POSICIÓN RELATIVA	31

COLEGIOS DIURNOS / NOCTURNOS / IPEC / CINDEA

PRECIO: 4.000 [39 Pág]

Este folleto se entrega en PDF y con personalización en el encabezado.

Contacto: 60147147

TODOS LOS EJEMPLOS DEL FOLLETO VIENEN EXPLICADOS en VÍDEOS QR.

SE HAN AÑADIDO MÁS EJERCICIOS ADICIONALES
El objetivo de esta MUESTRA es que pueda revisar el material previamente antes de su compra

HABILIDADES ESPECÍFICAS:

- *Identificar la importancia de la variabilidad para el análisis de datos.*
- *Reconocer la importancia de la variabilidad de los datos dentro de los análisis estadísticos y la necesidad de cuantificarla.*
- *Resumir la variabilidad de un grupo de datos mediante el uso de recorrido, el recorrido intercuartílico, la varianza o la desviación estándar e interpretar la información que proporcionan.*
- *Emplear la calculadora o la computadora para simplificar cálculos matemáticos en la determinación de las medidas de variabilidad.*

MEDIDAS DE VARIABILIDAD

ACTIVIDAD DE INICIO:

Analice las posibles edades de pueden tener 15 estudiantes del grupo 11-1 de un Colegio Diurno con otros 15 estudiantes de la 11-3 pero de un Colegio Nocturno:



a) ¿Puede dar ejemplos de las edades de cada grupo?

11-1 del Colegio Diurno: _____

11-3 del Colegio Nocturno: _____

b) ¿En cuál de los grupos existiría más variedad en sus edades?

c) ¿Cuáles fueron los datos claves para determinar esa variedad?

¿QUÉ SON MEDIDAS DE VARIABILIDAD?

Las medidas de variabilidad, también llamadas *medidas de dispersión* miden qué tan concentrados está los datos de una variable *cuantitativa* alrededor de la medida de posición.

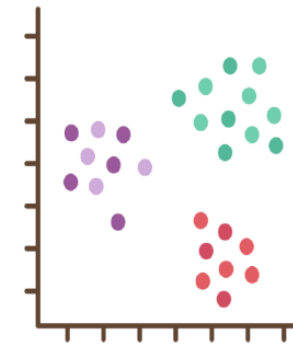
Es decir, la variabilidad o dispersión nos indica si esas puntuaciones o valores están próximas entre sí o si por el contrario están muy dispersas.

Si el valor de la medida de variabilidad es pequeño, entonces los datos se parecen mucho entre sí. En el caso contrario si el valor es grande significa que los datos varían mucho.

IMPORTANCIA DE LA VARIABILIDAD

La variabilidad es un aspecto crucial en el análisis de datos debido a que refleja la diversidad y el rango de los valores dentro de un conjunto de datos. Esta diversidad proporciona información valiosa sobre la naturaleza y la estructura de los datos, lo que a su vez permite obtener conclusiones significativas y fiables. Aquí hay algunas razones clave que destacan la importancia de la variabilidad en el análisis de datos:

Comprender la distribución de los datos: La variabilidad ayuda a comprender cómo se distribuyen los datos en un conjunto de observaciones. Esto es esencial para identificar la dispersión de los valores y cualquier patrón o tendencia que pueda estar presente.



Detectar tendencias y patrones: La variabilidad permite detectar tendencias, patrones y relaciones entre variables. Al analizar la variabilidad de diferentes conjuntos de datos, se pueden identificar asociaciones significativas que pueden ser exploradas más a fondo.

Facilitar la toma de decisiones: Entender la variabilidad de los datos proporciona información crucial para la toma de decisiones informadas. Por ejemplo, en el ámbito empresarial, comprender la variabilidad en los datos de ventas puede ayudar a prever la demanda futura y ajustar las estrategias de marketing y producción en consecuencia.

¿CÓMO CALCULAMOS LA VARIABILIDAD DE UN CONJUNTO DE DATOS?

Vamos inicialmente a estudiar el cálculo de las medidas de variabilidad por medio del recorrido y recorrido intercuartílico.

RECORRIDO

Cuanto mayor sea el recorrido, mayor será la dispersión de los datos de una distribución. Es una medida simple y rápida de calcular que proporciona una indicación general de la variabilidad en un conjunto de datos. Sin embargo, es sensible a los valores extremos y puede no ser representativo de la dispersión real si hay valores atípicos presentes en los datos.

Es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo del conjunto de datos. Su fórmula puede representarse de la siguiente manera:

$$R = x_{\text{MAX}} - x_{\text{MIN}}$$

RANGO o RECORRIDO INTERCUARTÍLICO

El recorrido intercuartílico es una medida de dispersión más robusta que el recorrido, ya que elimina la influencia de valores extremos o atípicos. Para calcular el recorrido intercuartílico, primero se ordenan los datos de menor a mayor y luego se dividen en cuatro partes iguales llamadas cuartiles.

$$R.I = Q_3 - Q_1$$

Así que para calcular los cuartiles tenemos algunas alternativas:

1) Por "exploración". Aquí no necesitamos fórmulas.

- Se ordenan los datos en forma ascendente.
- Luego se calcula la mediana (Q_2), así se divide los datos en dos mitades.
- Calcular Q_1 : Es la mediana de la mitad inferior (los datos antes de Q_2).
- Calcular Q_3 : Es la mediana de la mitad superior (los datos después de Q_2).

2) Aprovechando la calculadora CASIO con su respectivo "modo estadístico".

EJEMPLO #1: Con la guía del docente, calcule el valor de los tres cuartiles del siguiente conjunto de datos, usando uno o ambos métodos mencionados anteriormente:

24, 25, 36, 45, 64, 75, 58, 70, 65



EJEMPLO #2: Calcule el recorrido y recorrido intercuartílico de las temperaturas en grados Celsius de San José y Nicoya recopiladas en los primeros 12 días del mes de enero 2024. Indique cual ciudad tiene mayor variabilidad en sus temperaturas.

Nicoya: {36, 35, 35, 32, 34, 34, 35, 37, 31, 32, 35, 32}

San José: {27, 28, 27, 25, 23, 25, 26, 25, 29, 22, 21, 22}



ACTIVIDAD#1: Para cada conjunto de datos, calcule lo que se solicita.

1) Se tienen los puntajes de matemáticas de dos clases diferentes:

Clase A: {80, 85, 90, 92, 95, 76, 74, 93}

Clase B: {60, 70, 85, 90, 100, 88, 68, 95}

Comparar la variabilidad en el rendimiento entre las dos clases utilizando el recorrido e indique en cual clase sus notas son más variables.

2) Se registraron las temperaturas máximas (en grados Celsius) de tres ciudades durante una semana:

Ciudad A: {28, 27, 28, 29, 30, 32, 33}

Ciudad B: {20, 22, 23, 24, 25, 26, 27}

Ciudad C: {22, 23, 24, 25, 26, 27, 28}

Comparar la variabilidad en las temperaturas entre las tres ciudades utilizando el recorrido intercuartílico e indique cual es menos variable.

3) Se recopilaron los precios de un mismo producto en tres tiendas diferentes:

Tienda A: {1050, 1125, 1200, 1250, 1375}

Tienda B: {975, 1000, 1025, 1050, 1100}

Tienda C: {900, 925, 950, 1000, 1025}

Comparar la variabilidad en los precios entre las tres tiendas utilizando el recorrido e indique cual tienda posee menor dispersión.

4) Se registraron los tiempos de entrega (en días) de pedidos realizados en dos compañías de envío internacional:

Compañía A: {3, 4, 5, 6, 7, 5, 7, 2, 6}

Compañía B: {2, 3, 4, 5, 10, 4, 8, 4, 3}

Comparar la variabilidad en los tiempos de entrega entre las dos compañías utilizando el recorrido e indique cual es más variable.

5) Se registraron las ventas mensuales (en miles de dólares) de dos tiendas durante un año:

Tienda A: {40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85}

Tienda B: {30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75}

Comparar la variabilidad en las ventas mensuales entre las tres tiendas utilizando el recorrido intercuartílico. Indique donde se dio la mayor variabilidad.

6) Se registraron las producciones mensuales (en toneladas) de dos fábricas durante un año:

Fábrica A: {92, 114, 120, 138, 140, 152, 160, 171, 189, 197}

Fábrica B: {98, 100, 121, 124, 135, 140, 156, 160, 160, 180}

Comparar la variabilidad en la producción mensual entre las dos fábricas utilizando el recorrido intercuartílico.

7) Considere la siguiente información:

Se aplica una misma prueba de diagnóstico en cuatro liceos rurales J, K, L y M. La prueba fue aplicada a una muestra aleatoria de 10 estudiantes en cada liceo y las calificaciones obtenidas por los estudiantes se muestran en la siguiente tabla:

Liceos Rurales	Calificaciones obtenidas por los estudiantes
J	65, 82, 94, 50, 42, 75, 83, 58, 60, 88
K	40, 46, 52, 52, 59, 61, 67, 68, 74, 95
L	82, 33, 42, 96, 75, 45, 52, 62, 68, 54
M	97, 84, 81, 76, 72, 68, 65, 52, 50, 50

Calcule el recorrido de cada Liceo Rural e indique donde se dio la menor y mayor variabilidad.

TRABAJO COTIDIANO – Variabilidad: Recorrido y Recorrido Intercuartílico	Valoración
Determina la variabilidad de un grupo de datos mediante el uso del recorrido e interpreta la información proporcionada.	
Determina la variabilidad de un grupo de datos mediante el uso del recorrido intercuartílico e interpreta la información proporcionada.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Considere el siguiente contexto, para responder las preguntas 1 y 2:

En la siguiente tabla se muestran las doce mejores calificaciones en la escala 1 a 100 de una prueba de matemática de los grupos quinto A y quinto B de una escuela de Cartago:

Quinto A	82	85	85	85	88	88	88	90	94	94	96	98
Quinto B	80	80	76	78	80	85	87	89	89	94	96	96

1) Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. El recorrido de las calificaciones del quinto B es de 16 puntos.

II. El recorrido de las calificaciones de los dos quintos corresponde a una misma cantidad de puntos.

De ellas son verdaderas

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



2) El recorrido intercuartílico de los datos sobre las doce calificaciones del Quinto A corresponde a la cantidad de puntos

- A) 3
- B) 6
- C) 9
- D) 16



3) Considere la siguiente tabla que muestra información relacionada con las edades, en años, de estudiantes de undécimo año de dos colegios:

Dato	Colegio A	Colegio B
Mínimo	14	17
Cuartil 1	15	20
Mediana	16	25
Cuartil 3	17	28
Máximo	19	32

Considere las siguientes proposiciones:

I. El recorrido de las edades de los estudiantes de undécimo año en el colegio A es 2 años.

II. El recorrido intercuartílico de las edades de los estudiantes de undécimo año en el colegio B es 8 años.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



Para responder los ítems 4 y 5 considere la siguiente información:

Las academias de policías realizan pruebas físicas a los aspirantes a graduarse como policía.

Una de estas pruebas es la carrera de 1000 metros, tanto para mujeres como para hombres.

En la siguiente tabla se muestran los ocho mejores tiempos en segundos, según el sexo, de un grupo de aspirantes a policía, en el año 2021:

Mujeres	203	222	240	255	268	280	294	310
Hombres	175	176	180	212	236	254	260	280

4) De acuerdo con la información dada considere las siguientes proposiciones:

I. El recorrido de los tiempos logrados por las mujeres es de 107 segundos.

II. El recorrido intercuartílico de los tiempos logrados por las mujeres es menor que el recorrido intercuartílico de los tiempos logrados por los hombres.

De ellas son verdaderas

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



5) El recorrido de los tiempos logrados por los hombres, en segundos, corresponde a

- A) 56
- B) 79
- C) 105
- D) 107



6) De una investigación realizada desde el año 1896 hasta el año 1995, sobre la estatura promedio obtenida año a año de las personas de 200 países, se extraen los siguientes datos:

Estatura promedio, en centímetros, de hombres en cuatro países de América

Estatura promedio	Costa Rica	México	Panamá	Cuba
Mínimo	157,7	156,7	157,0	159,9
Máximo	168,9	169,0	168,5	172,0

De acuerdo con la información anterior, ¿en cuál país el recorrido de la estatura promedio de los hombres fue mayor?

- A) Cuba.
- B) México.
- C) Panamá.
- D) Costa Rica.



Para responder a los ítems 7 y 8 considere la siguiente información referida a tres grupos de datos:

	Mínimo	Cuartiles			Máximo	Moda
		Q ₁	Q ₂	Q ₃		
Grupo A	3	9	12	14	16	14
Grupo B	5	10	12,5	13,5	18	13
Grupo C	5	8,5	13	14	17	14

7) Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

- I. El menor recorrido de los datos pertenece al grupo C.
- II. El recorrido de los datos del grupo A y del B son iguales.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.



8) Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

- I. La diferencia del recorrido intercuartílico de los datos del grupo C con respecto al del B corresponde a 2.
- II. Si se considera el recorrido intercuartílico, entonces, los datos del grupo A son más dispersos que los del B.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.



9) Considere la siguiente información, la cual corresponde a una distribución de calificaciones de los estudiantes de dos secciones de undécimo año, en la asignatura de Estudios Sociales de un colegio:

Sección	Mínimo	Cuartiles			Máximo
		Q ₁	Q ₂	Q ₃	
11-1	75	85	90	97	99
11-2	68	70	86	90	98

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El recorrido intercuartílico de las calificaciones de los estudiantes de la sección 11-2 es 2.
- II. El recorrido intercuartílico de las calificaciones de los estudiantes de la sección 11-1 es mayor que el de la sección 11-2.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas.
- B) Ninguna.
- C) Solo la I.
- D) Solo la II.



VARIANZA y DESVIACIÓN ESTÁNDAR

La varianza y la desviación estándar son dos medidas estadísticas que se utilizan para cuantificar la dispersión o variabilidad de un conjunto de datos en relación con su media.

Son los métodos más precisos estudiaremos, ya que usan la totalidad de datos. Debe tenerse claro si se trabaja con población o muestra, aunque casi siempre, trabajaremos con muestras.

VARIANZA:

La varianza se utiliza para ver cómo se relacionan los números individuales dentro de un conjunto de datos, en lugar de utilizar técnicas matemáticas más amplias. Formalmente, se calcula como la suma de los cuadrados de los residuos dividida por las observaciones totales.

Al usar todos los datos, tiene un inconveniente es que da más peso a los valores atípicos. Estos son números alejados de la media. Elevar al cuadrado estos números puede sesgar los datos.

Otro inconveniente del uso de la varianza es que no es fácil de interpretar. Se suele emplear principalmente para sacar la raíz cuadrada de su valor, que indica la desviación estándar de los datos.

¿Cómo se calcula la varianza?

- Calcula el promedio de los datos.
- Encuentra la diferencia de cada dato con respecto al promedio.
- Eleva al cuadrado cada uno de estos valores.
- Suma todos los valores elevados al cuadrado.
- Divide esta suma de cuadrados entre "n - 1" (para una muestra) o "n" (para la población).

$$s^2 x = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \text{ (Varianza muestral)} \quad \sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} \text{ (Varianza poblacional)}$$

DESVIACIÓN ESTÁNDAR:

La desviación estándar es simplemente la raíz cuadrada positiva de la varianza. Proporciona una medida de dispersión similar a la varianza, pero en las mismas unidades que los datos originales, lo que facilita su interpretación.

Por ejemplo, si estás analizando la altura de estudiantes en centímetros, una desviación estándar grande indicaría que las alturas varían mucho entre sí, mientras que una desviación estándar pequeña indicaría que las alturas son más uniformes o cercanas entre sí.

$$s x = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \text{ (Desv.Estand.Muestral)} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} \text{ (Desv.Estand.Poblacional)}$$

EJEMPLO OPCIONAL: Aplicando la respectiva fórmula, calcule la varianza y desviación estándar del siguiente conjunto de datos, que representa una muestra las notas en cívica de 7 estudiantes del grupo 11-2:

85, 78, 78, 95, 93, 85, 100

USO DE LA CALCULADORA PARA DESVIACIÓN ESTÁNDAR Y MEDIA ARITMÉTICA

CASIO FX-570ES (Gris, teclas negras)

a) Ingreso de los datos: **MODE 3 1**
Luego de ingresar los datos, presionan AC.

b) **SHIFT 1 5** (saldrá un menú con 4 opciones)
2: Media aritmética o promedio.
4: Desviación estándar muestral.

c) Para salir y borrar todo, **MODE 1**.



CASIO FX-570ES-PLUS (Gris, teclas blancas)

a) Ingreso de los datos:
MODE 3 1

Luego de ingresar los datos, presionan AC.
b) **SHIFT 1 4** (saldrá un menú con 4 opciones)
2: Media aritmética
4: Desviación estándar muestral.

c) Para salir y borrar todo, **MODE 1**.

CASIO – CLASSWIZ (Tapa Blanca)

C) Ingreso de los datos: **MENU 6 1**

b) Luego de ingresar los datos, **OPTN 3**:

Se aprecia:

\bar{x} (Promedio), y si bajamos:

s^2x (varianza muestral)

sx (desviación estándar muestral)

También se observan otras medidas, como los cuartiles.

c) Para salir, **MENU 1**

CASIO – CLASSWIZ CW (Tapa Negra)

C) Ingreso de datos: **HOME** → Estadística, dar OK.

Elegir “1-variable” con OK

Ingresar los datos en la tabla.

Por cada dato que ingrese, presionar OK.

b) Luego de ingresado todos los datos, nuevamente presionar OK
Seleccionar “1-VAR Resultados” ... dar OK

Inmediatamente aparecerán los resultados donde se apreciará:

\bar{x} (Promedio), y si bajamos:

s^2x (varianza muestral)

sx (desviación estándar muestral)

c) Presionar AC y la tecla HOME para salir.

EJEMPLO: Usando la calculadora, calcule la varianza y desviación estándar del siguiente conjunto de datos, que representa una muestra las notas en cívica de 7 estudiantes del grupo 11-2. Este es el ejemplo que se desarrolla en los videos anteriores.

85, 78, 78, 95, 93, 85, 100



EJERCICIOS ADICIONALES

1) Una empresa de mensajería comparó los tiempos de entrega (en días) de cuatro servicios diferentes durante el último mes. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

Servicio	Número de envíos	Varianza
A	100	18,4
B	120	27,0
C	115	15,7
D	130	26,8

Analiza la variabilidad en los tiempos de entrega de los cuatro servicios utilizando las varianzas proporcionadas e indique donde hubo menor variabilidad.

R/ _____.

2) A continuación se presentan las estaturas en centímetros, de una muestra de cinco jóvenes en tres grupos distintos del colegio:

Grupo A	151	164	162	165	160
Grupo B	171	174	172	175	170
Grupo C	164	178	175	169	169

Basándose en el cálculo de la **desviación estándar**, ¿Cuál grupo fue el más variable y el menos variable respecto a sus estaturas?

3) A continuación se presentan las muestras de las notas de 8 estudiantes de la sección 9-3 en los exámenes de Ciencias y Matemáticas:

Ciencias	95	89	80	71	84	89	80	75
Matemáticas	73	83	77	80	81	75	83	90

Basándose en el cálculo de la **varianza**, ¿En cuál de los dos exámenes las notas fueron más variables?



HABILIDADES ESPECÍFICAS:

• Utilizar **diagramas de cajas** para comparar la posición y la variabilidad de los grupos de datos.

• Resolver problemas del contexto estudiantil que involucren el análisis de las medidas de variabilidad.

DIAGRAMA DE CAJAS Y BIGOTES

ACTIVIDAD DE INICIO: A continuación, se presentan los pesos en kilogramos de los jugadores titulares de los equipos de fútbol: San José y Quepos.

San José: 54, 57, 59, 63, 68, 70, 78, 84, 84, 85, 89.

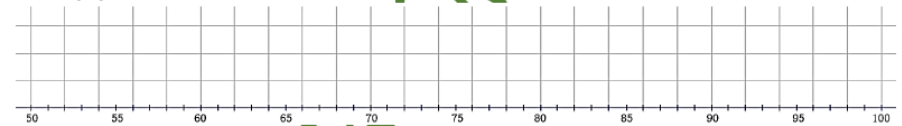
Quepos: 65, 68, 68, 74, 75, 77, 79, 80, 82, 88, 98.

COMPLETE LOS DATOS QUE SE SOLICITAN EN LA SIGUIENTE TABLA:

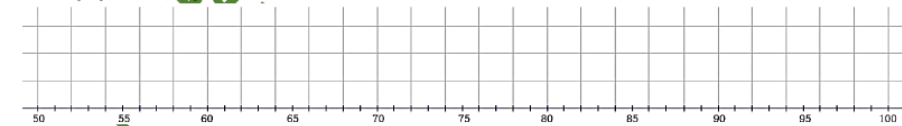
Equipo	Mínimo	Q ₁	Q ₂ (Me)	Q ₃	Máximo
San José					
Quepos					

Siga las instrucciones del profesor para construir un diagrama de cajas para cada uno de los equipos.

Equipo de San José:



Equipo de Quepos:



¿Qué conclusiones inmediatas se pueden deducir con estas representaciones?

Todos los valores (mínimo, cuartiles y máximo) usados para confeccionar el diagrama de cajas ¿son valores que siempre existen en el diagrama de cajas?

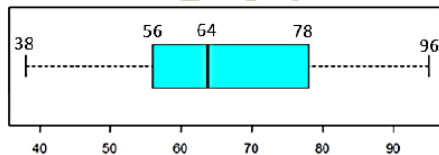
El diagrama de cajas, también conocido como diagrama de cajas y bigotes, es una herramienta gráfica utilizada en estadística descriptiva para representar la distribución de un conjunto de datos de manera visual y resumida.

Consiste en una caja que abarca el rango intercuartílico de los datos, es decir, el rango entre el primer cuartil (Q1) y el tercer cuartil (Q3), con una línea en su interior que representa la mediana. Además, se incluyen líneas llamadas "bigotes" que se extienden desde la caja hasta los valores más extremos.

EJEMPLO: Resuelva lo solicitado y analice los valores que hacen posible la construcción del diagrama de Cajas.

El siguiente diagrama representa el peso en kilogramos de un grupo de estudiantes de la sección 8-5.

a) Calcule su recorrido:



b) Calcule su rango intercuartílico:

A pesar de que no conocemos el número total de estudiantes, podemos concluir que:

c) ¿Existe con certeza un estudiante en el grupo que pesa 38 kg?

d) ¿Existe con certeza un estudiante en el grupo que pesa 56 kg?

e) ¿Existe con certeza un estudiante en el grupo que pesa 64 kg?

f) ¿Existe con certeza un estudiante en el grupo que pesa 78 kg?

g) ¿Existe con certeza un estudiante en el grupo que pesa 96 kg?

h) ¿Es posible que exista un estudiante que pese 50 kg?

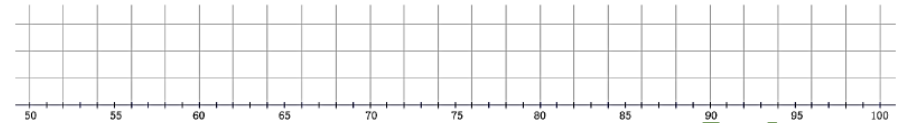
i) ¿Es posible que exista un estudiante que pese 98 kg?



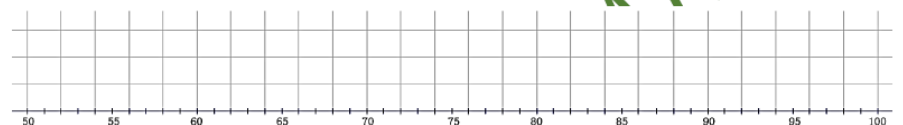
ACTIVIDAD#1: Resuelva lo que se solicita en cada caso.

Construya los diagramas de cajas y bigotes para los siguientes conjuntos de datos:

a) Notas del examen de Matemáticas: 50, 58, 59, 68, 78, 80, 85, 90, 95, 95.



b) Notas del examen de Estudios Sociales: 64, 68, 74, 79, 85, 88, 90, 94, 96, 100.



c) Según el recorrido de datos, ¿dónde existe más variabilidad? ¿se nota a simple vista analizando el diagrama de cajas?

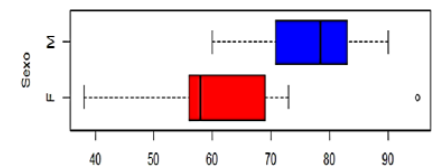
d) Según el recorrido intercuartílico, ¿dónde existe menos variabilidad? ¿se nota a simple vista analizando el diagrama de cajas?

2) Peso de los estudiantes de un grupo, dividido en hombres (M) y mujeres (F).

a) En términos generales (recorrido) ¿Quién presenta más variabilidad, los hombres o las mujeres?

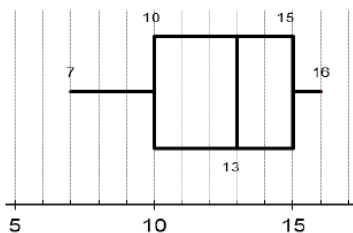
b) ¿Es posible que exista un hombre de 50 kg?

c) ¿Es posible que exista una mujer de 70 kg?

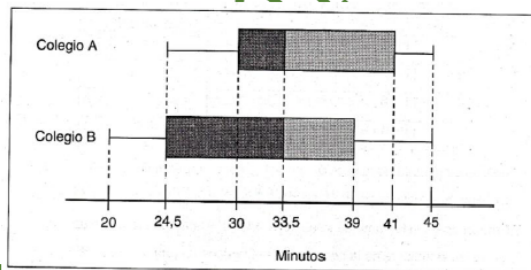


3) El siguiente diagrama representa la edad de los asistentes a una fiesta. Indique si la frase presentada es falsa o verdadera.

- a) Todos los asistentes a la fiesta tienen menos de 17 años: _____.
- b) Solo hay un estudiante de 7 años en la fiesta: _____.
- c) Al menos el 75% de los asistentes tienen 10 años o más: _____.
- d) Solo hay un asistente de 16 años en la fiesta: _____.
- e) ¿Es posible que uno de los asistentes tenga 14 años? _____.
- f) El rango intercuartílico es de 5: _____.
- g) El recorrido es de 11: _____.
- H) La mediana es de 13: _____.



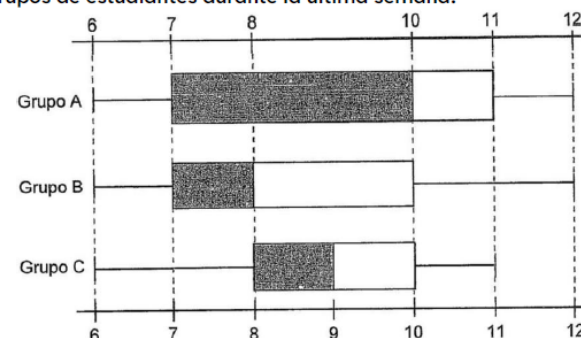
4) El siguiente diagrama de cajas representa los datos de un estudio acerca del tiempo (en minutos), que emplean los estudiantes de dos colegios A y B para desplazarse de su casa al colegio.



Analice las siguientes proposiciones e indique si son FALSAS o VERDADERAS. Justifique con los cálculos.

- a) Al menos un estudiante de cada colegio emplea 45 minutos para desplazarse de su casa al colegio: _____.
- b) El valor de la mediana de los datos del colegio A es mayor que el valor de la mediana de los datos del colegio B: _____.
- c) Al menos un estudiante del colegio B emplea menos tiempo, en desplazarse de su casa al colegio, que los estudiantes del colegio A: _____.
- d) El recorrido intercuartílico de los tiempos que emplean los estudiantes del colegio A en desplazarse, es mayor que el recorrido intercuartílico de los tiempos que emplean los estudiantes del colegio B en desplazarse: _____.

5) El siguiente diagrama resume las horas dedicadas al estudio del idioma coreano por tres grupos de estudiantes durante la última semana:



A) Calcule el recorrido de los grupos A, B y C e indique cuál grupo es más variable?

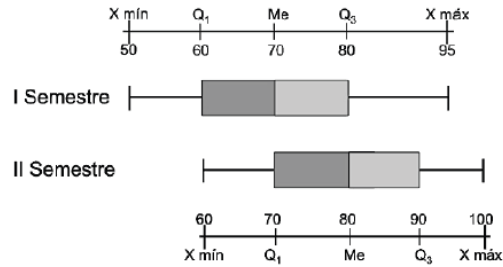
B) Calcule el recorrido intercuartílico de cada grupo A, B y C e indique cuál grupo es menos variable?

TRABAJO COTIDIANO – Medidas de Posición	Valoración
Utiliza diagramas de cajas para comparar la variabilidad de grupos de datos.	
Resuelve problemas de contexto que involucren el análisis de las medidas de variabilidad.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Para responder los ítems 1,2 y 3 considere la siguiente información:

Los siguientes diagramas de cajas resumen las calificaciones finales de un curso de Estadística en dos semestres:



1) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La calificación mínima del I semestre es menor que la del II semestre.
- II. El recorrido intercuartílico de las calificaciones del II semestre es mayor que el del I semestre.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II



2) Considere las siguientes proposiciones:

- I. Con certeza, en cada semestre hubo al menos una calificación final de 80.
- II. En cada uno de los semestres, al menos un 25% de las calificaciones finales se ubicaron entre 70 y 80.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II



3) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El recorrido de las calificaciones del I semestre es mayor que el del II semestre.
- II. Hay total certeza de que en el II semestre hubo al menos una nota de 60, pero no se puede concluir lo mismo para el I semestre.

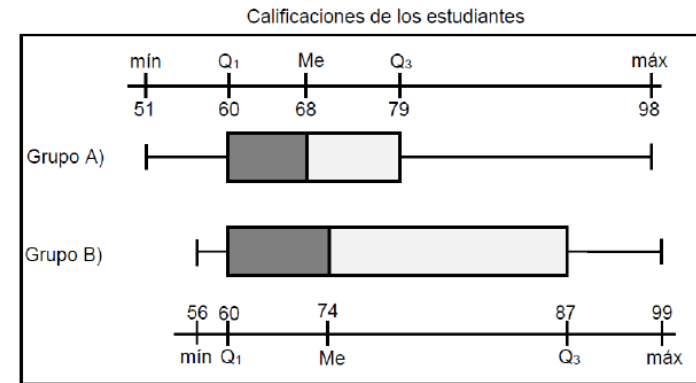
De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II



Considere la siguiente información, para responder las preguntas 4 y 5:

A continuación, se muestran las calificaciones de dos grupos de estudiantes que matricularon el curso de matemáticas II. Además, considere que los grupos tienen la misma cantidad de estudiantes y que el curso se aprueba con una calificación mínima de 70 en escala de 1 a 100:



4) La diferencia, entre la mayor calificación del grupo A y la menor del mismo grupo, corresponde a

- A) 47
B) 51
C) 68
D) 98



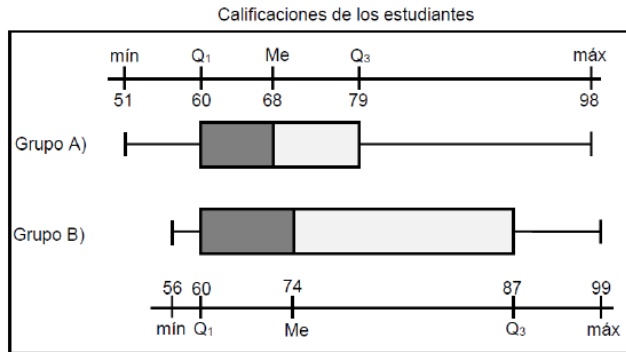
5) El recorrido intercuartílico de las calificaciones de los estudiantes del grupo A, corresponde a

- A) 19
B) 60
C) 68
D) 79



Considere nuevamente la siguiente información, para responder las preguntas 6 y 7:

A continuación, se muestran las calificaciones de dos grupos de estudiantes que matricularon el curso de matemáticas II. Además, considere que los grupos tienen la misma cantidad de estudiantes y que el curso se aprueba con una calificación mínima de 70 en escala de 1 a 100:



6) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El 25% de las calificaciones en el grupo A, son iguales o menores que 60.
- II. El 75% de las calificaciones en el grupo B, son iguales o mayores que 60.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



7) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La mayor calificación que se obtuvo en el grupo B fue 87.
- II. Hubo mayor cantidad de estudiantes aprobados en el grupo A que en el B.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

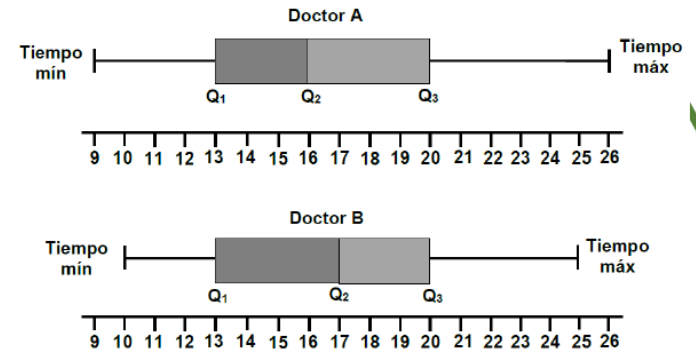
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 8 y 9:

DURACIÓN DE UNA CONSULTA

En un estudio se midió el tiempo que tardan dos doctores (A y B) en la consulta con sus pacientes. Con los resultados obtenidos se confeccionó un diagrama de cajas como se muestra a continuación:



8) Considere las siguientes proposiciones:

- I. Ningún paciente del doctor A duró menos de 13 minutos en su consulta.
- II. Como mínimo, un paciente del doctor B duró 15 minutos menos que el o los pacientes que más duraron en la consulta con dicho doctor.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



9) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El doctor que registra el mayor tiempo en una de sus consultas es el doctor B
- II. El recorrido intercuartílico del tiempo de las consultas del doctor A es igual al del doctor B.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



MEDIDAS RELATIVAS

HABILIDADES ESPECÍFICAS:

- Reconocer la importancia de emplear medidas relativas al comparar la posición o la variabilidad entre dos o más grupos de datos.
- Aplicar estandarización y el coeficiente de variación para comparar la posición y variabilidad de dos o más grupos de datos.

COEFICIENTE DE VARIACIÓN

ACTIVIDAD DE INICIO:

Se tiene un conjunto de elefantes y un conjunto de perros, la desviación estándar de una muestra de elefantes es de 140kg y la desviación estándar de una muestra de perros es 6kg, ¿es posible solo con ese dato saber cuál posee mayor variabilidad?

Si hemos realizado un estudio estadístico en dos poblaciones diferentes o en dos poblaciones iguales, pero con unidades de medida diferentes y queremos comparar resultados, no podemos acudir solamente a la desviación estándar para analizar la variabilidad de los datos, sino a otro parámetro nuevo, que se llama coeficiente de variación (variabilidad relativa).

¿Cómo se calcula?: Es el cociente entre la desviación estándar y la media aritmética.

$$Cv = \frac{\text{Desviación Estándar}}{\text{Media aritmética}} \cdot 100$$

EJEMPLO: La siguiente tabla muestra los datos relacionados con un estudio sobre las puntuaciones obtenidas por los estudiantes quienes ocuparon los primeros 20 lugares en las olimpiadas internacionales de matemática, en julio de 2014, julio de 2015 y julio de 2016:

Año	Media aritmética	Desviación estándar
2014	82,68	5,93
2015	76,28	8,03
2016	69,82	7,84

¿En cuál año los resultados fueron más variables?



ACTIVIDAD#1: Resuelva los siguientes problemas.

1)Tenemos un grupo de toros con una media aritmética de 480kg y una desviación estándar de 45kg. Además, un conjunto de cerdos con una media aritmética de 90kg y una desviación estándar de 10kg. ¿Qué grupo de animales es más variable?

2)El promedio de exportación semanal de flores de la Corporación A fue de 4420kg con una desviación estándar de 620kg; en tanto que en la Corporación B fue de 4230Kg con una desviación estándar de 500kg, ¿en qué corporación hubo menor variabilidad?

3)Se va a comparar la dispersión en los precios anuales de las acciones que se venden a menos de \$10 y la dispersión de los que se venden por arriba de los \$60.

Acciones	Media	Desviación estándar
Valor menor a \$10	\$5,25	\$1,52
Valor mayor a \$60	\$92,50	\$5,28

Calcule el coeficiente de variación de cada tipo de acciones es indique cual es más variable.

4)Después de haber registrado los datos correspondientes al peso y la estatura de 40 varones, se recopiló la información en la siguiente tabla:

Característica	Media	Desviación estándar
Estatura	174cm	7,67cm
Peso	78,28Kg	11,94Kg

¿Cuál característica presenta menor dispersión?

5) La siguiente tabla muestra información relacionada con los promedios de las calificaciones de cuatro cursos en una universidad durante un semestre:

Curso	Promedio del curso	Desviación Estándar
Administración	95	10,4
Contabilidad	84	8,5
Finanzas	81	9,2
Economía	90	11,2

Calcule el coeficiente de variación para cada curso e indique en cual hubo menor variabilidad.

6) Analice la siguiente información:

- La masa media de los niños de una clase es de 58,2 kg, y su desviación estándar es 3,1 kg.
- La masa media de las niñas de esa clase es de 52,4 kg y su desviación estándar es de 5,2 kg.

Calcule el coeficiente de variación de los niños y las niñas e indique donde hubo mayor variabilidad.

COEFICIENTE DE VARIACIÓN CALCULANDO PREVIAMENTE LA MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR

En ocasiones se nos presenta los conjuntos de datos que deben ser analizados, pero antes debemos calcular la desviación estándar y su promedio, para poder determinar su coeficiente de variación. A continuación, se sugiere como calcularlo usando la calculadora CASIO.



CASIO FX-570 PLUS



CASIO CLASSWIZ



CLASSWIZ CW

Veamos el siguiente caso, donde se explicará cómo aplicar el coeficiente de variación para determinar la variabilidad cuando se facilitan los conjuntos de datos:

Se presenta las temperaturas promedio de los primeros 8 días del mes de julio, de Los Ángeles (USA) en grados *Fahrenheit* y Cartago (CRC) en grados *Celsius*.

Los Ángeles	64°	55°	67°	59°	70°	68°	68°	64°
Cartago	25°	29°	27°	26°	20°	27°	30°	28°

¿En cuál lugar la temperatura es más variable?



ACTIVIDAD#2: Resuelva los siguientes problemas.

1) Temperaturas registradas durante una semana en Las Vegas, USA:

57°	56°	54°	51°	55°	50°	53°
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Mientras que las temperaturas registradas en la misma semana en Sevilla, España son:

3°	2°	1°	1°	6°	5°	5°
----	----	----	----	----	----	----

¿En cuál ciudad la temperatura muestra menor dispersión?

2) Los pesos en kilogramos de 7 niños atendidos en un EBAIS en San José son:

39	40	45	47	44	43	42
----	----	----	----	----	----	----

Mientras que la estatura en centímetros de estos 7 niños en el EBAIS se describe a continuación:

135	138	136	135	139	140	137
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

¿Cuál de las 2 características medidas en los niños muestran una mayor variabilidad?

3) El número de horas que había dormido un estudiante en los últimos días fue:

9	7	7	8	10	5	7	4	8	8
---	---	---	---	----	---	---	---	---	---

Mientras que los minutos invertidos en revisar Facebook por el mismo estudiante en los mismos días son:

45	46	31	39	40	40	39	37	38	42
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

¿Cuál de las 2 características medidas en el estudiante posee mayor dispersión?

4) El número de goles que ha anotado Carlos en los últimos 8 partidos jugados del torneo de fútbol sala:

2	3	1	5	0	0	3	4
---	---	---	---	---	---	---	---

Mientras que la cantidad de asistencias a gol de Carlos en esos mismos partidos son:

1	3	3	2	2	1	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

¿Cuál de las 2 características medidas en el estudiante posee mayor dispersión?

TRABAJO COTIDIANO – Coeficiente de Variación	Valoración
Reconoce la importancia de emplear medidas relativas al comparar la variabilidad entre dos o más grupos de datos.	
Aplica el coeficiente de variación para comparar la variabilidad de dos o más grupos de datos.	

ACTIVIDAD DE INICIO:

Javier y Natalia son hermanos y están en distintos niveles. Javier que está en séptimo llegó a la casa contando que obtuvo una nota de 87 en el examen de ciencias, mientras que Natalia que está en noveno, llegó también contando que le entregaron el examen de ciencias cuya nota fue 79. Javier intentó resaltar que su examen había sido el mejor, pero Natalia insiste que no es así, que, a pesar de su nota, ella obtuvo un mejor examen que su hermano. ¿es esto posible? Analice la información.

Notas de todos los estudiantes del grupo de Javier.

87	95	98	100	83	96	100	94	92	90
90	85	100	100	100	95	93	70	97	100

Notas de todos los estudiantes del grupo de Natalia.

79	85	89	70	55	57	35	40	59	65
74	73	64	69	50	40	85	66	70	74

POSICIÓN RELATIVA

Si antes se han comparado variables, también podemos estar interesados en comparar un dato particular de distribuciones distintas y saber, cual destaca más o menos dentro de un grupo según la característica observada.

¿Cómo se calcula?: dividiendo la diferencia entre el dato particular y la media aritmética entre la desviación estándar.

$$PR = \frac{\text{Dato} - \text{Media Aritmética}}{\text{Desviación Estándar}}$$

EJEMPLO: La siguiente tabla muestra los datos relacionados con un estudio sobre las puntuaciones obtenidas por los estudiantes quienes ocuparon los primeros 20 lugares en las olimpiadas internacionales de matemática, en julio de 2014, julio de 2015 y julio de 2016:

Año	Media aritmética	Desviación estándar
2014	82,68	5,93
2015	76,28	8,03
2016	69,82	7,84



- Un estudiante de Rusia obtuvo 76 puntos en la olimpiada del 2014.
- Un estudiante de Israel obtuvo 68 puntos en la olimpiada del 2015.
- Un estudiante de Costa Rica obtuvo 62 puntos en la olimpiada del 2016.

¿Cuál estudiante fue mejor?

ACTIVIDAD #1: Resuelva los siguientes ejercicios.

1)Un conjunto de toros tiene una media de 480kg y una desviación estándar de 45kg; además, un conjunto de cerdos con una media de 90kg y una desviación estándar de 10kg. Elegimos un toro que pesa 525kg y un cerdo que pesa 105kg, realmente ¿Quién es más pesado dentro de su grupo, el toro o el cerdo?

2)Una persona A mide 175cm y reside en una ciudad donde la estatura media es de 160cm y la desviación estándar es de 20cm. Otra persona B mide 180cm y vive en una ciudad donde la estatura media es de 170cm y la desviación estándar es de 15cm. ¿Cuál de las 2 personas es más alta respecto a sus conciudadanos?

3)Carlos sacó un 76 en un examen de ciencias donde su grupo obtuvo un promedio de 80 y una desviación estándar de 5,2 y Karla sacó un 85 en la prueba de español donde el grupo obtuvo un promedio de 81 y una desviación estándar de 2,8. ¿Quién de los dos tuvo una mejor nota?

4)La siguiente tabla muestra la desviación estándar, el promedio y la cantidad de artículos vendidos por los agentes de tres sucursales de una empresa en la última semana:

SUCURSAL	PROMEDIO DE ARTICULOS VENDIDOS	DESVIACIÓN ESTANDAR	CANTIDAD DE ARTICULOS VENDIDOS POR UN AGENTE
A	65	8	60
B	57	7	70
C	50	2	58

¿Cuáles son los agentes con la peor y mejor posición relativa?

POSICIÓN RELATIVA CALCULANDO PREVIAMENTE LA MEDIA Y LA DESVIACIÓN ESTANDAR

En ocasiones se nos presenta conjuntos de datos que deben ser analizados, pero antes debemos calcular la desviación estándar y su promedio, para así poder determinar la posición relativa. Veamos nuevamente el siguiente caso comentado al inicio del tema.

Javier se sacó un 87 y Natalia un 79. Demuestre aplicando la fórmula de posición relativa, ¿quién de los dos realmente tuvo la razón respecto a la mejor nota?

Notas de todos los estudiantes del grupo de Javier.

87	95	98	100	83	96	100	94
90	85	100	100	100	95	93	70

Notas de todos los estudiantes del grupo de Natalia.

79	85	89	70	55	57	35	40
74	73	64	69	50	40	85	66



ACTIVIDAD#2: Resuelva lo que se solicita en cada caso.

1)Las notas obtenidas por 7 estudiantes del grupo, en un examen de Estudios Sociales son:

95	89	80	71	84	89	80
----	----	----	----	----	----	----

Mientras que las notas obtenidas en un examen de Matemática son:

73	83	77	82	81	75	83
----	----	----	----	----	----	----

Considere la tercera nota medida en Estudios Sociales (80) y la cuarta nota medida en Matemáticas (82) y determine ¿Cuál estudiante tiene la mayor nota dentro de su grupo?

2) La estatura en centímetros de 5 mujeres del Colegio A son: **161, 164, 162, 165, 160**. Mientras que la estatura en centímetros de 5 hombres de un Colegio B se describe a continuación: **171, 174, 172, 175, 170**. ¿Quién tiene mayor estatura, la que mide 164 del Colegio A o el que mide 172 en el Colegio B?

3) Cantidad de minutos que tardó un grupo de estudiantes de la sección 11-1 en realizar examen Biología:

28	30	32	31	34	30	28	35	31	30	31	28
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Mientras que la cantidad de minutos que tardó el grupo 11-2 en realizar la prueba de Matemáticas son:

47	51	55	60	45	48	49	53	70	53	45	46
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Considere el tercer tiempo medido en el examen de Biología (32) y el sexto tiempo medido en el examen de Matemáticas (48) ¿Cuál joven duró menos tiempo en realizar en examen?

TRABAJO COTIDIANO – Posición Relativa	Valoración
Reconoce la importancia de emplear medidas relativas al comparar la posición entre dos o más grupos de datos.	
Aplica estandarización para comparar la posición y variabilidad de dos o más grupos de datos.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 1 y 2:

Una planta envasadora de salsa de tomate utiliza los envases tipo A y B. Un estudio sobre los llenados muestra los siguientes resultados:

- *En los envases tipo A, la cantidad promedio de llenado es de 1 onza y la desviación estándar de 0,08 onzas.
- *En los envases tipo B, la cantidad promedio de llenado es de 16 onzas y la desviación estándar de 1,04 onzas.

1) Con base en el contexto anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I) La cantidad promedio de salsa de tomate es mayor en los envases tipo B que en los envases tipo A.
- II) La desviación estándar de las cantidades de salsa de tomate de los envases tipo B, es menor que en los envases tipo A.

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



2) Con base en la información del contexto anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I) Las diferencias de los coeficientes de variación de las cantidades de salsa de tomate entre los dos tipos de envases es de 5,5%.
- II) Considerando los coeficientes de variaciones, se tiene que en términos relativos hay mayor variabilidad con las cantidades de salsa de tomate contenidos en los envases tipo A que las presentes en los envases tipo B.

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



Considere la siguiente información para responder los ítems 3, 4 y 5:

Datos relacionados con el tiempo, en minutos, que tarda una empresa en la fabricación, por unidad, de cada producto:

Producto	Promedio	Desviación Estándar
J	10	4
K	25	5
L	50	9
M	60	10

3) ¿Cuál de los productos presenta mayor variabilidad relativa en el tiempo de fabricación?

- A) J
- B) K
- C) L
- D) M



4) ¿Cuál de los productos presenta menor variabilidad relativa en el tiempo de fabricación?

- A) J
- B) K
- C) L
- D) M



5) ¿Cuál es el coeficiente de variación en el tiempo de fabricación de una unidad del producto

K?

- A) 18,67
- B) 18,00
- C) 20,00
- D) 40,00



6) Considere el siguiente contexto:

Un estudiante obtuvo una calificación de 84 en un examen final de matemáticas, cuya calificación media fue 76 y cuya desviación estándar fue 10. En el examen final de física, donde la media fue 82 y la desviación estándar 16, el mismo estudiante obtuvo una calificación de 90.

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones

- I) La nota de matemáticas superó a la de física, según la posición relativa.
- II) El valor de la posición relativa de física fue de 0,8

De ellas, ¿Cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



Considere el siguiente contexto sobre "resultados del examen de admisión de la Universidad" y responda las preguntas 7 y 8:

Se sabe que en el 2019 la calificación media fue de 630 con una desviación estándar de 30 puntos, mientras que en el 2020 la calificación media fue de 610 con una desviación estándar de 25 puntos. Miguel obtuvo una nota de 645 puntos en el 2020 y Juan lo realizó en el 2019 con una nota de 660.

7) De acuerdo con la información anterior, ¿Cuál es el valor de la posición relativa de Miguel?

- A) 25,8
- B) 24,4
- C) 10,4
- D) 1,4



8) De acuerdo con el contexto sobre "resultados del examen de admisión de la Universidad" considere las siguientes proposiciones:

- I. La posición relativa de Miguel es superior a la de Juan.
- II. Juan obtuvo una nota superior a la de Miguel en el examen.

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



Considere la siguiente información para responder los ítems 9 y 10:

La siguiente tabla muestra información relacionada con las calificaciones por asignatura de los estudiantes de una escuela:

Asignatura	Media Aritmética	Desviación Estándar
Matemáticas	65	10
Español	80	5
Estudios Sociales	75	11
Ciencias	78	11

José, un estudiante de esa escuela, obtuvo las siguientes calificaciones: 70 en Matemáticas, 81 en Español, 80 en Estudios Sociales y 82 en Ciencias.

Sofía, una estudiante de esa escuela, obtuvo las siguientes calificaciones: 95 en Matemáticas, 65 en Español, 75 en Estudios Sociales y 85 en Ciencias.

9) Considere las siguientes proposiciones:

- I. En matemáticas el coeficiente de variación es aproximadamente 15,38.
- II. Las calificaciones en Estudios Sociales, de todos los estudiantes de esa escuela, presentan menor variabilidad relativa que sus calificaciones en Ciencias.

De ellas, ¿Cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



10) Considere las siguientes proposiciones:

- I. En Estudios Sociales la posición relativa de Sofía es 75.
- II. Al considerar las calificaciones de José en las cuatro asignaturas, él obtuvo mejor posición relativa en Matemáticas.

De ellas, ¿Cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



Considere la siguiente información para responder los ítems 11 y 12:

La siguiente tabla muestra información relacionada con las calificaciones de cuatro secciones de undécimo año de un colegio:

Sección	Media aritmética	Desviación estándar
11-1	72	8
11-2	81	9
11-3	93	10
11-4	79	11

Ana es estudiante de la sección 11-1 y tiene un promedio de 80.

Guillermo es estudiante de la sección 11-2 y tiene un promedio de 86.

Francisco es estudiante de la sección 11-3 y tiene un promedio de 70.

Laura es estudiante de la sección 11-4 y tiene un promedio de 55.

11) Considere las siguientes proposiciones:

- I. Las calificaciones en la sección 11-1 presentan menor variabilidad relativa con respecto a las de la sección 11-2.

- II. Las calificaciones en la sección 11-3 presentan menor variabilidad relativa con respecto a las de la sección 11-4.

De ellas, ¿Cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



12) ¿Cuál de los estudiantes obtuvo la mejor posición relativa con respecto a su sección?

- A) Ana
- B) Laura
- C) Francisco
- D) Guillermo

