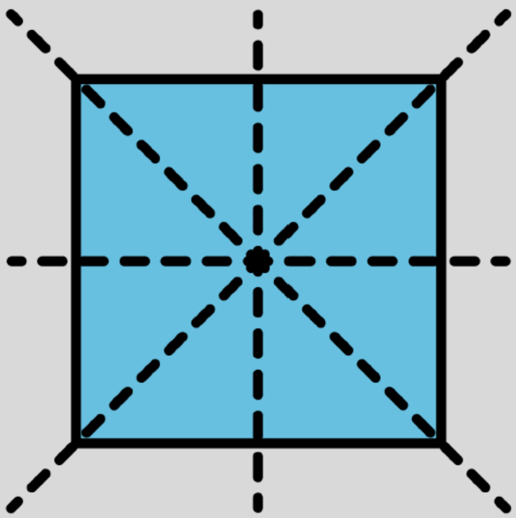
EDITORIAL PROYECTOS QR

GEOMETRÍA 11

www.profesergiocm.com



NOMBRE: ______________________________ GRUPO: ________

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

GEOMETRÍA 11º

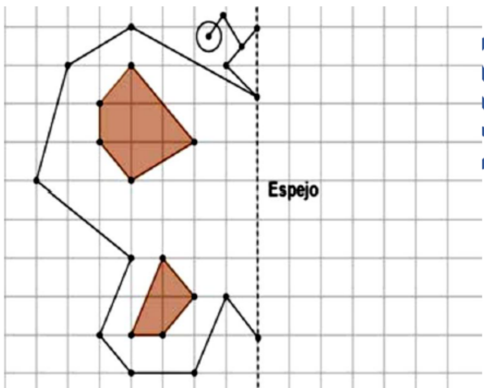
GEOMETRÍA ANALÍTICA : SIMETRÍA AXIAL

HABILIDADES:

- *Determinar ejes de simetría en figuras simétricas.*
- *Identificar elementos homólogos en figuras que presentan simetría axial.*
- *Trazar figuras simétricas utilizando un sistema de ejes coordenados en el plano.*
- *Resolver problemas relacionados con la simetría axial.*

ACTIVIDAD DE INICIO:

Si la línea punteada es un espejo, refleje la imagen de la izquierda al lado derecho.



¿Qué figura se forma?

¿Qué características tiene la figura?

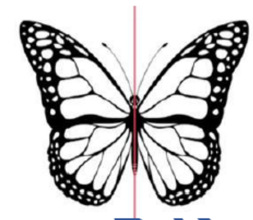
¿Considera la figura completada por usted, simétrica o asimétrica? ¿Conocía esos términos?

¿Qué figuras en su entorno presenta características similares?

Con lo aprendido en la actividad anterior, analice y caracterice cada una de las letras presentadas a continuación:

G E O M E T R I A

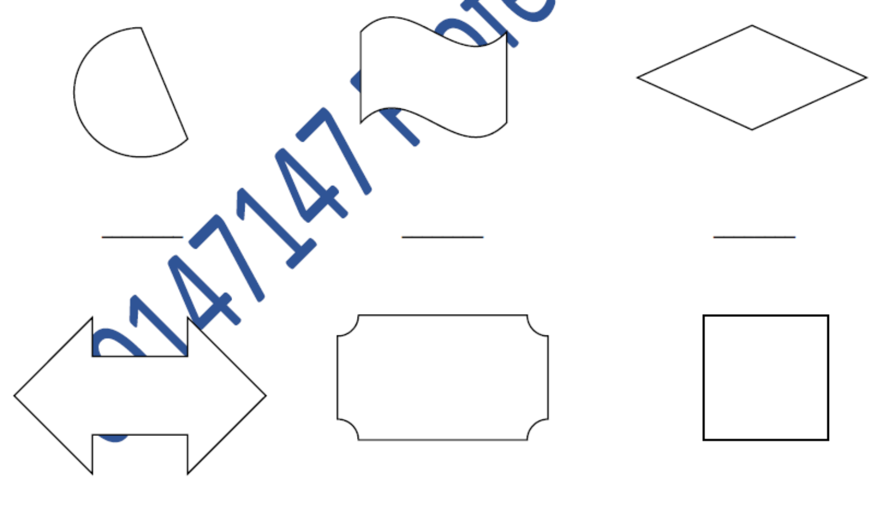
La simetría es un concepto fundamental en matemáticas y geometría, que describe una armonía y equilibrio en las proporciones y disposición de las partes de un objeto o figura. En el contexto de la geometría, una figura es simétrica si, al dividirla mediante una línea o plano (conocido como eje de simetría), las dos mitades resultantes son imágenes especulares una de la otra. Esta característica permite que las figuras simétricas presenten una estética particular y sean de especial interés en diversas áreas, como el arte, la arquitectura y la naturaleza.



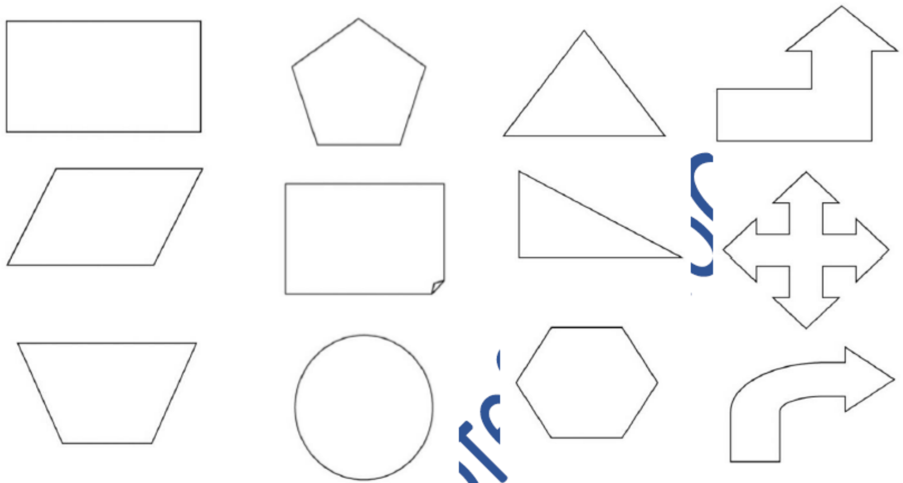
DEFINICIÓN DE EJE DE SIMETRÍA

Un eje de simetría es una línea imaginaria que divide una figura en dos partes que son imágenes especulares exactas entre sí. Dependiendo de la figura, puede haber varios ejes de simetría o ninguno.
En el siguiente vídeo (código QR), se muestran algunos ejemplos de figuras que tienen uno o varios ejes de simetría.

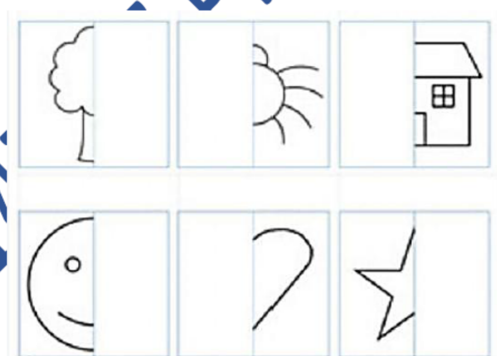
ACTIVIDAD#1: Utilizando regla y lápiz, trace TODOS los ejes de simetría que considere, tiene cada una de las siguientes figuras y anote en el renglón la cantidad de ejes encontrada.



ACTIVIDAD#2: Determine si las siguientes figuras son simétricas. Anote SÍ o NO. Si considera que la figura es simétrica, trace al menos UN eje de simetría.



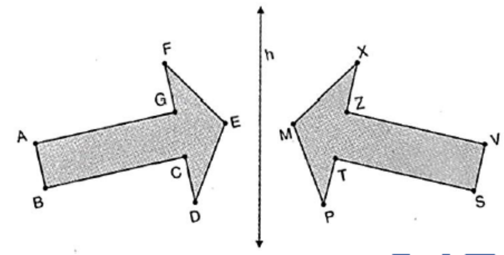
ACTIVIDAD #3: Complete las siguientes figuras, aplicando el conocimiento de simetría.



SIMETRÍA AXIAL

Es una línea imaginaria que, al dividir una figura cualquiera, lo hace en dos partes donde los puntos simétricos son equidistantes a dicho eje, donde hace corresponder a cada punto A (preimagen) del plano con otro punto A' (imagen).

En una figura simétrica, podemos determinar elementos homólogos, como se muestra a continuación:



PUNTOS, LADOS Y ÁNGULOS HOMÓLOGOS

Un elemento se considera homólogo a otro elemento, cuando tienen una característica común.

Puntos homólogos: en una figura con simetría respecto a un eje, cada punto de un lado del eje tiene un punto homólogo al otro lado, equidistante del eje.

El punto C es homólogo con el punto ____ X ↔ ____

Ángulos homólogos: son aquellos formados por lados homólogos en figuras simétricas. En una simetría axial, los ángulos homólogos tienen la misma medida (congruentes) pero están orientados en direcciones opuestas con respecto al eje de simetría. Sus vértices son equidistantes al eje de simetría.

$\measuredangle B$ es homólogo con ______ $\measuredangle GFE$ ↔ ______

Lados homólogos: son aquellos que conectan puntos homólogos en figuras simétricas. En simetrías respecto a un eje, los lados homólogos tienen la misma longitud.

El lado FE es homólogo con el lado ________. $\overline{VS}$ ↔ ______.

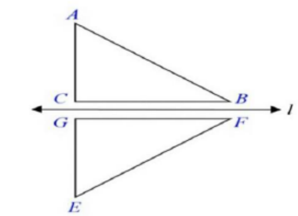
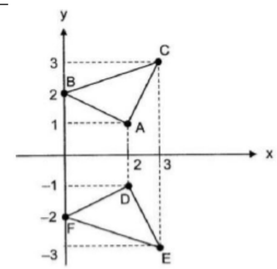
IMAGEN Y PREIMAGEN DE UNA FIGURA

La imagen de una figura es su reflexión simétrica. Cada punto de la figura original (preimagen) tiene su correspondiente Imagen en la figura que resulta de la reflexión simétrica. Asumiendo que la figura ABCDEFG es la original (preimagen):

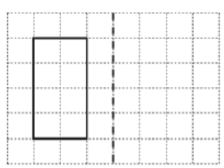
P es imagen de ______ F es preimagen de ______

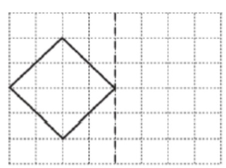
$\overline{XZ}$ es imagen de ______ $\measuredangle TSV$ es imagen de ______

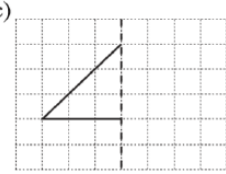
ACTIVIDAD#4: Determine los vértices, lados y ángulos homólogos de las siguientes figuras que presentan simetría axial.

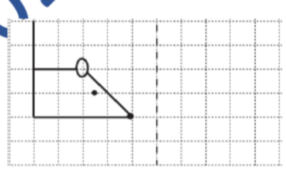
a) 	b) 
1)El lado AB es homólogo con el lado ________.	1)El punto F es homólogo con el punto ________.
2)El $\overline{GE}$ es homólogo con _______.	2)El punto A es homólogo con el punto ________.
3)El punto F es homólogo con el punto ________.	3)El lado AB es homólogo con el lado ________.
4)El ∡C es homólogo con el _________.	4) $\overline{AC}$ ↔ _______.
5)El ∡GFE es homólogo con el _________.	5)El ∡C es homólogo con el _________.
6) E ↔ _______.	6) ∡DFE ↔ _______.

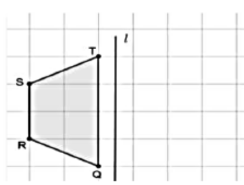
ACTIVIDAD#5: Dibuja la imagen de cada una de las siguientes figuras.

a) 

b) 

c) 





TRAZANDO FIGURAS SIMÉTRICAS EN EL PLANO CARTESIANO

Cualquier figura en el plano cartesiano con un eje de simetría definido, puede generar una imagen simétrica. Solamente se debe definir el eje de simetría correspondiente.

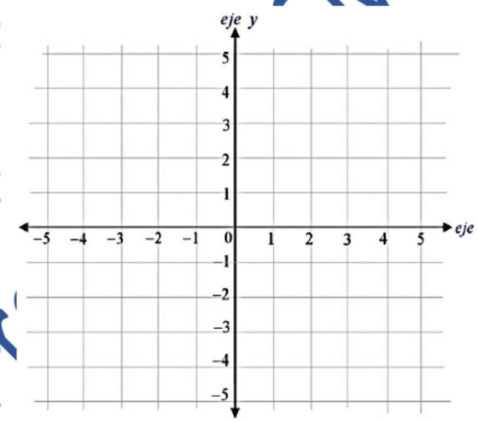
Por ahora se trabajará con 3 ejes de simetría: eje Y, eje X y la función identidad y=x.

EJEMPLO #1: Si los puntos M(2,-1), Q(1,-2), P(3,-1), R(3,-4) corresponden a un □MQPR en un sistema de coordenadas. Trace el cuadrilátero MQPR.

A)Considerando el eje Y como el eje de simetría. Determine los puntos M'. Q', P' y R'.

B)Considerando el eje X como el eje de simetría. Determine el nuevo cuadrilátero ABCD.

C)Considere la función y=x como el eje de simetría. Determine el nuevo cuadrilátero LNKF.



Conclusiones: observe lo sucedido con el punto M(2,-1). Para definir los puntos homólogos según su eje de simetría, se podría concluir:

Si el eje de simetría es el eje Y : el punto M(2,-1) se reflejó en M'(-2,-1), solamente cambió el signo de "x".

Si el eje de simetría es el eje X : el punto M(2,-1) se reflejó en A(2,1), solamente cambió el signo de "y".

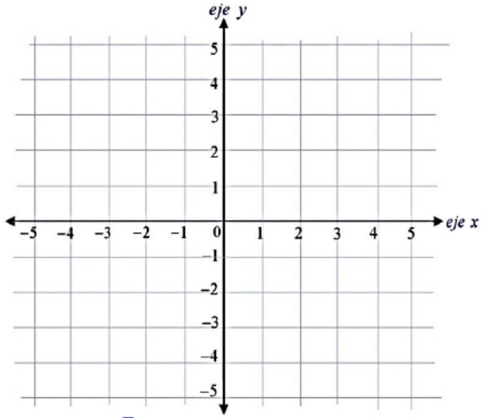
Si el eje de simetría es la recta Y=X : el punto M(2,-1) se reflejó en L(-1,2), entonces el cambio fue de de "posición".

ACTIVIDAD #6: Si los puntos A(2,-4), B(1,-3), C(4,-1), D(2,0) corresponden a una figura en un sistema de coordenadas. Trace la figura original.

A)Considerando el eje Y como el eje de simetría. Determine los puntos A'. B', C' y D'.

B)Considerando el eje X como el eje de simetría. Determine los puntos A'. B', C' y D'

C)Considere la función y=x como el eje de simetría. Determine los puntos A'. B', C' y D'

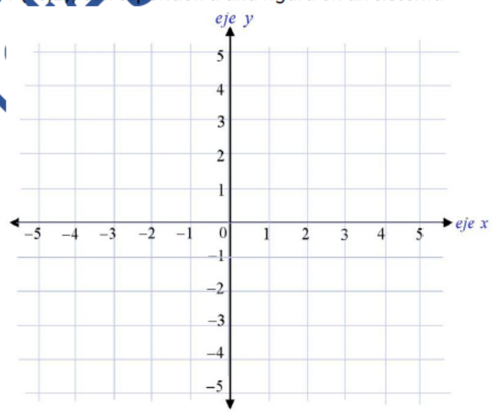


ACTIVIDAD#7: Si los puntos M(-5,5), Q(-3,4), P(-5,1), corresponden a una figura en un sistema de coordenadas. Trace la figura original.

A)Considerando el eje Y como el eje de simetría. Determine los puntos M'. Q', y P'.

B)Considerando el eje X como el eje de simetría. Determine los puntos M'. Q', y P'.

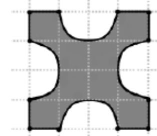
C)Considere la función y=x como el eje de simetría. Determine los puntos M'. Q', y P'.



TRABAJO COTIDIANO – Ejes de Simetría y Elementos Homólogos	Valoración
Determina correctamente la cantidad de ejes de simetría en figuras simétricas.	
Identifica elementos homólogos en figuras que presentan simetría axial.	
Traza figuras simétricas utilizando un sistema de ejes coordenados en el plano.	
Resuelve problemas y ejercicios relacionados con la simetría axial.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1)Considere la siguiente figura formada por ocho segmentos y cuatro semicircunferencias congruentes:



Con base en la información anterior, ¿cuántos ejes de simetría en total se pueden determinar en la figura?

A) Más de 4 B) Menos de 2
C) Exactamente 2 D) Exactamente 4

2)Considere las siguientes letras:

F J K M

¿En cuál de ellas se puede trazar solamente **UN** eje de simetría?

A) F B) J
C) K D) M

3)Considere la siguiente figura

¿Cuántos ejes de simetría en total se pueden determinar en la figura?

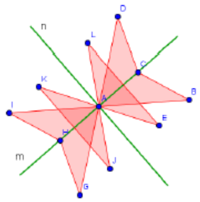
A) 1 B) 2
C) 4 D) 8

4)Considere el siguiente rombo:

¿Cuántos ejes de simetría se pueden trazar en total en el rombo anterior?

A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

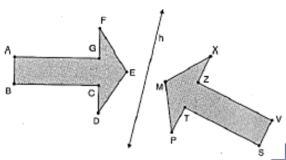
5)Analice la siguiente figura:



Con base en la figura adjunta, donde se han trazado dos ejes de simetría, considere las siguientes proposiciones:
I. El punto D es el homólogo del punto I con respecto a m.
II. El punto E es el homólogo del punto J con respecto a n.

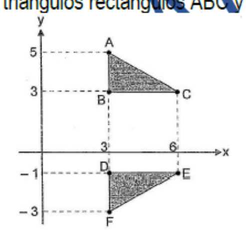
De ellas, ¿cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

6)Considere la siguiente figura, referente a dos polígonos que presentan simetría axial con respecto a la recta h



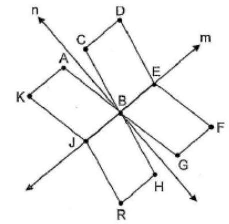
El ángulo homólogo con ∡GFE corresponde a
A) ∡CDE B) ∡ZXM
C) ∡TPM D) ∡XZV

7)Considere la siguiente información de la siguiente representación gráfica en la cual se muestran los triángulos rectángulos ABC y FDE:



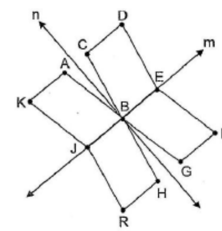
De acuerdo con la información dada el triángulo ABC presenta simetría axial con el triángulo FDE respecto a la recta dada por
A) $y = 0$ B) $y = 1$
C) $x = 1$ D) $x = 3$

8)Considere la siguiente figura la cual presenta simetría axial respecto a la recta "**n**" como a la recta "**m**":



Con respecto a la recta "**n**", el ángulo homólogo con ∡KAB corresponde a ∡ ____.
A) FGB B) AKJ
C) DCB D) RHB

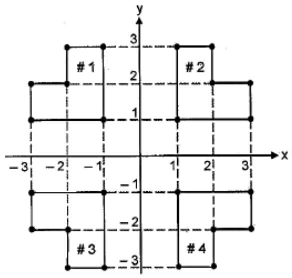
Para responder los ítems **9 y 10** considere la siguiente figura la cual presenta simetría axial respecto a la recta "**n**" como a la recta "**m**":



9)Un segmento homólogo con $\overline{CD}$, respecto a la recta "**m**", corresponde a
A) $\overline{RH}$
B) $\overline{ED}$
C) $\overline{AK}$
D) $\overline{GF}$

10)Con respecto a la recta "**m**", el punto homólogo de H corresponde a
A) G
B) F
C) R
D) A

Para responder los ítems **11, 12 y 13** considere las siguientes cuatro figuras



11)Considere las siguientes proposiciones
I. Las figuras #1 y #2 son simétricas entre sí con respecto al **eje** “y”.
II. Las figuras #2 y #4 son simétricas entre sí con respecto al **eje** “x”.

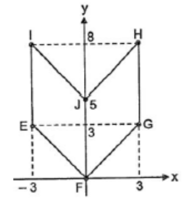
De ellas son verdaderas
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

12)Las figuras #1 y #4 son simétricas con respecto a la recta
A) x = 0 B) y = 0
C) y = x D) y = -x

13)Si las figuras #1 y #3 son simétricas con respecto al **eje “x”**, entonces, las coordenadas del punto homólogo con (-2,2) corresponden a
A) (2,2) B) (-2,2)
C) (2,-2) D) (-2,-2)

14)La cantidad de ejes de simetría que se pueden trazar en un triángulo equilátero corresponde a
A) 0
B) 1
C) 2
D) 3

Para responder los ítems 15, 16 y 17 considere la siguiente información:



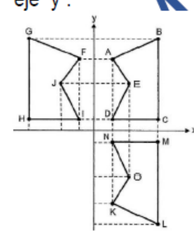
15)El polígono EFGHJI se le puede trazar en total ______ eje(s) de simetría.
A) 1
B) 2
C) 3

16)Una posible imagen de E corresponde a
A) I
B) J
C) G

17)Considere las siguientes proposiciones:
I. El ΔGJH tiene un eje de simetría.
II. Al cuadrilátero FGHJ se le puede trazar al menos un eje de simetría.

De ellas, ¿cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

18)Considere la siguiente representación gráfica donde los polígonos ABCDE y KLMNO presentan simetría axial respecto al eje “x” y los polígonos ABCDE y FGHIJ presentan simetría axial respecto al eje “y”.



El homólogo del $\overline{AB}$ tomando como referencia la simetría sobre el eje “y” corresponde a
A) $\overline{FG}$ B) $\overline{KL}$
C) $\overline{NM}$ D) $\overline{DC}$

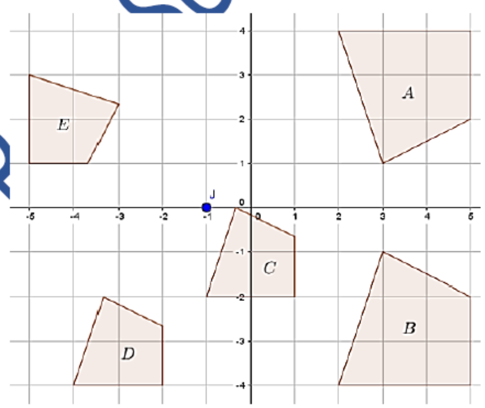
HABILIDADES:

- *Aplicar el concepto de traslación, homotecia, reflexión y rotación para determinar qué figuras se obtienen a partir de figuras dadas.*
- *Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter una figura a una traslación, rotación u homotecia o combinaciones de ellas.*
- *Identificar elementos de las figuras geométricas que aparecen invariantes bajo reflexiones o rotaciones.*
- *Trazar la imagen reflejada de una figura dada con respecto a una recta.*
- *Trazar la imagen de una figura dada si se la somete a una rotación.*
- *Determinar el punto imagen de puntos dados mediante una transformación.*
- *Resolver problemas relacionados con diversas transformaciones en el plano.*

TRANSFORMACIONES EN EL PLANO

ACTIVIDAD DE INICIO:

Analice la siguiente figura donde hay 5 cuadriláteros, siendo A la figura original o punto de partida. Responda en lenguaje sencillo cada pregunta.



a)¿Qué sucedió en A para que se generara B?

b)¿Qué sucedió en B para que se formara C?

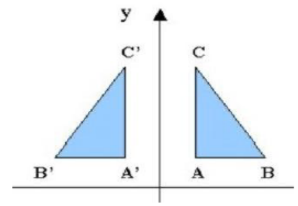
c)¿Qué pasó en C para quedar en D?

d)¿Qué le sucedió a D para quedar como E?

Una figura en el plano sufre una transformación cuando cambia de posición. Todas ellas mantienen la forma de las figuras, pero podría disminuir el tamaño y cambiar la figura de posición.

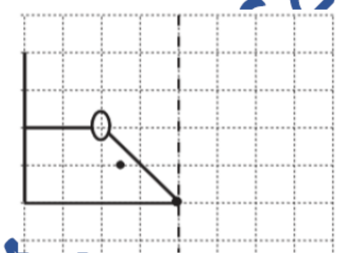
REFLEXION:

Es el proceso de trasladar o copiar todos los puntos de una figura a otra posición equidistante de una recta denominada "eje de simetría". El resultado es una imagen especular (espejo) de la figura original. La reflexión es congruente a la imagen original.



Cuando te miras en un espejo, tu imagen se refleja en la superficie del espejo. La imagen reflejada es una transformación especular de ti mismo: tu mano derecha en el espejo parece ser la izquierda en la realidad, y viceversa.

Anteriormente habíamos estudiado la reflexión, en el momento que reflejábamos figuras geométricas basados en un eje de simetría, como en esta situación:



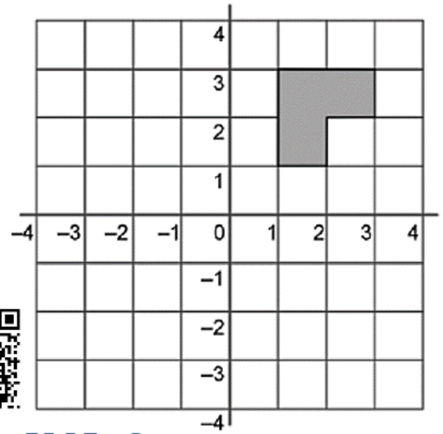
Cuando se trabajan figuras en el plano podemos utilizar ciertas técnicas para deducir las imágenes de los puntos involucrados, dependiendo si el eje de simetría es el eje x, el eje y o la función y=x.

Cuando el eje de simetría es el eje X : si tenemos el punto A(3,4) su reflejo será A'(3,-4).

Cuando el eje de simetría es el eje Y : si tenemos el punto B(5,-6) su reflejo será B'(-5,-6).

Cuando el eje de simetría es y = x : si tenemos el punto M(4,-7) su reflejo será M'(-7,4).

EJEMPLO #1: Aplique la reflexión de la siguiente figura tanto con el eje "x" como con el eje "y". Observe como cambian los pares ordenados de los vértices respecto a la figura original.

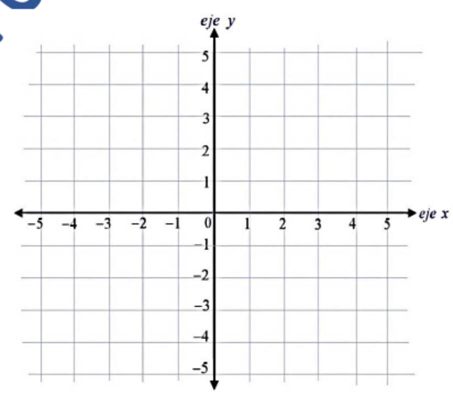


EJEMPLO #2: Considere el ΔABC con coordenadas A(-1,4); B(-3,0) y C(-4,3).

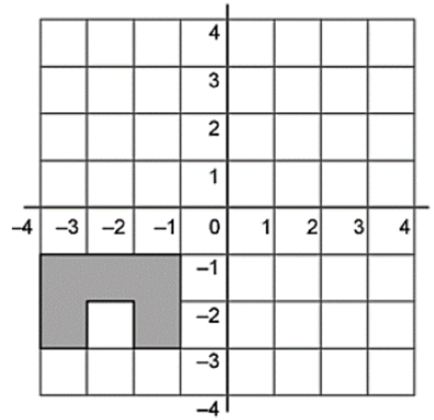
A) Si se le aplica una reflexión con el eje x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de $\Delta A'B'C'$?

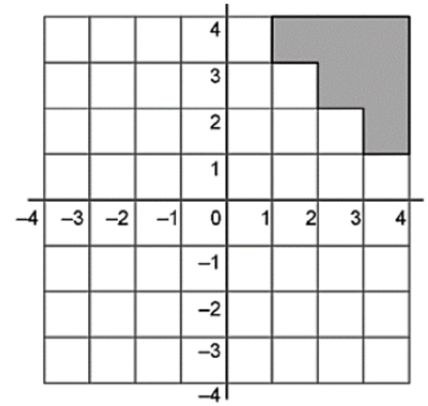
B) Si se le aplica una reflexión con el eje x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de $\Delta A'B'C'$?

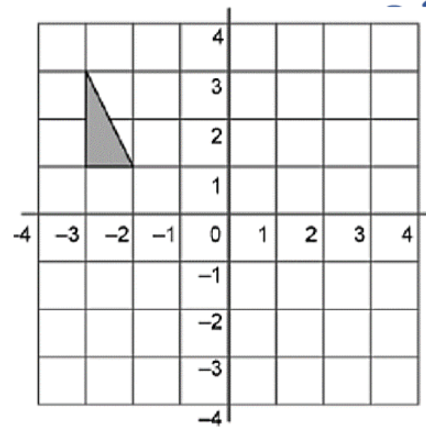
C) Si se le aplica una reflexión respecto a la función y=x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de $\Delta A'B'C'$?

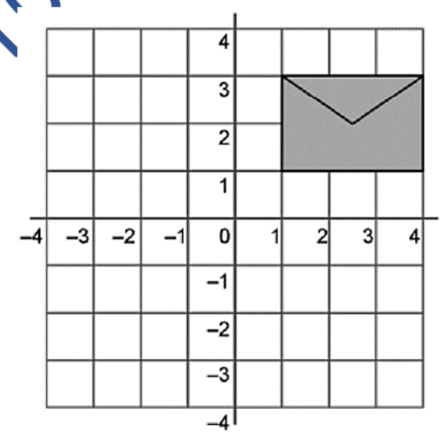


ACTIVIDAD #1: Aplique reflexión con el eje "x" y eje "y" en las siguientes figuras y represéntelas en cada plano.







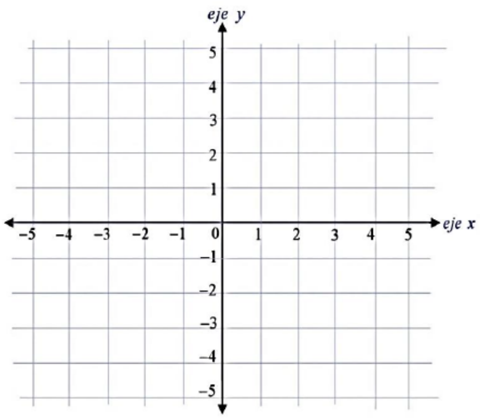


ACTIVIDAD #2: Considere el ΔMNK con coordenadas M(3,-2); N(3,-5) y K(1,-3). Represente tanto la figura original como sus reflejos en el plano cartesiano.

A)Si se le aplica una reflexión con el eje y, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de $\Delta M'N'K'$?

B)Si se le aplica una reflexión con el eje x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de $\Delta M'N'K'$?

C)Si se le aplica una reflexión respecto a la función y=x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de $\Delta M'N'K'$?



ACTIVIDAD #3: Considere el □ABCK con coordenadas A(-2,-5); B(-5,2); C(6,1); K(4,-2).

A)Si se le aplica una reflexión con el eje x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de □A'B'C'K'?

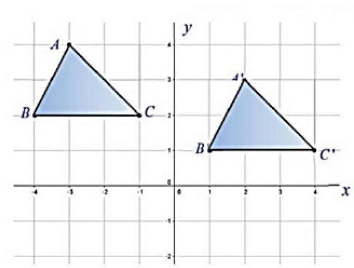
B)Si se le aplica una reflexión con el eje y, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de □A'B'C'K'?

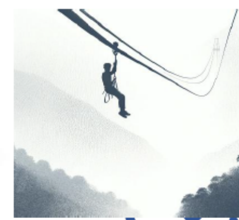
C)Si se le aplica una reflexión respecto a la función y=x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de □A'B'C'K'?

TRASLACIÓN:

Es un movimiento donde cada punto de la figura se mueve en la misma distancia y dirección. Si se aplica una traslación se obtiene una figura congruente a la original, solo que en otra posición.

Aquí se puede usar la misma técnica usada cuando se trasladaba el centro de una circunferencia.





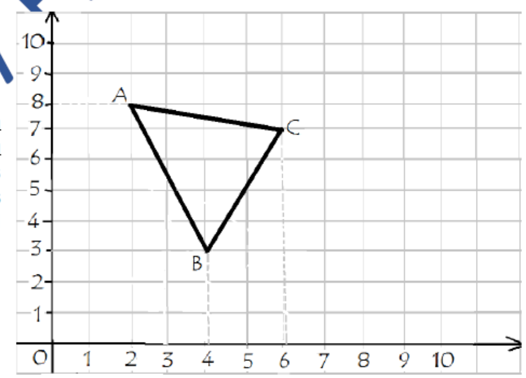
Al caminar de una habitación a otra, estás realizando una traslación en el espacio. Igualmente, cuando se hace Canopy que nos trasladamos de una torre a otra. Tu posición inicial cambia a medida que te mueves, pero conservas la forma y la orientación relativa a tu entorno.

EJEMPLO #1: De acuerdo con la siguiente figura:

a) Anote la ubicación de los vértices del triángulo ABC:

A ______ B _______ C _______

b) Si se hace una traslación de la figura, cuatro unidades a la derecha y dos unidades hacia abajo, ¿Cuáles serían las coordenadas de los nuevos vértices? Trace la nueva figura en el plano.



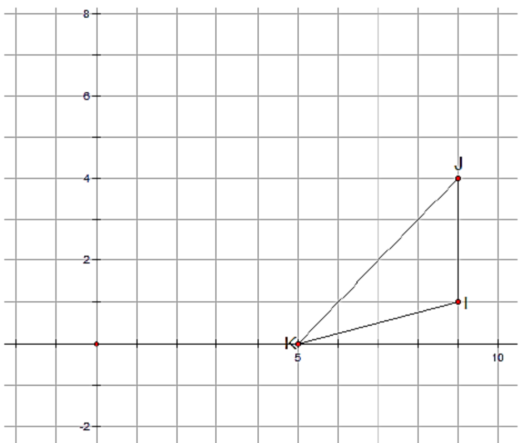
ACTIVIDAD #1: De acuerdo con el ΔKJI:

a) Anote la ubicación de los vértices del triángulo KIJ.

K _____ I _____ J _____

b) Realice una traslación $v(-5,3)$ donde su imagen sea el ΔLMN. Trace la figura.

c) Realice otra traslación $z(-3,-1)$ donde su imagen sea el ΔABC. Trace la figura.



ACTIVIDAD #2: Para un ΔABC donde **A(4,5), B(4,8) y C(3,6)**, escriba las nuevas coordenadas, si se traslada cuatro unidades a la izquierda y una unidad hacia arriba.

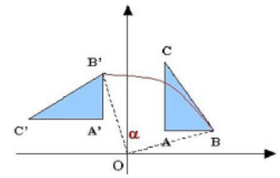
ACTIVIDAD #3: Para un □ MNFP donde **M(1,3), N(1,0), F(6,1) , P(3,3)** escriba las nuevas coordenadas, si se traslada tres unidades a la derecha y siete unidades hacia abajo.

ACTIVIDAD #4: Para un □ ABCD, donde **A(0,0), B(0,3), C(3,0) y D(3,4)** si se traslada según el vector v(-6,3):

5.1)¿Cuál es la ubicación de la imagen de B?   *5.2)¿Cuál es la ubicación de la imagen de D?*

ROTACIÓN:

Es girar de un centro. La distancia del centro a cualquier punto de la figura es la misma. Consiste en realizar un giro a una figura geométrica dada según el ángulo de giro indicado, respecto a un punto determinado. Se obtiene también una figura congruente. Para realizar la rotación de un punto en el plano dependen del ángulo de rotación y del sentido de rotación (horario o antihorario).



Cuando un molino de viento está en funcionamiento, las aspas giran alrededor de un eje central. Esta rotación de las aspas es lo que permite que el molino capture la energía eólica y la convierta en energía mecánica para, por ejemplo, moler granos o bombear agua.

Se van a trabajar con rotaciones donde el centro de rotación es el origen del plano (0,0).

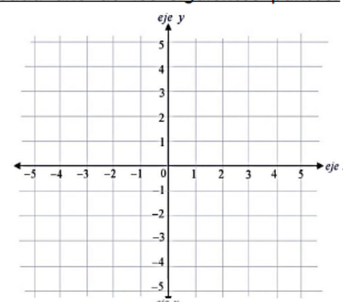
ROTACIÓN EN SENTIDO HORARIO / MANECILLAS DEL RELOJ (Hacia la derecha)				
Ángulo de Rotación	90º	180º	270º	360º
A(x,y)	(y,-x)	(-x,-y)	(-y,x)	(x,y)
ROTACIÓN EN SENTIDO ANTI-HORARIO / OPUESTA A LAS MANECILLAS DEL RELOJ (Hacia la izquierda)				
Ángulo de Rotación	90º	180º	270º	360º
A(x,y)	(-y,x)	(-x,-y)	(y,-x)	(x,y)

EJEMPLO #1: Aplique la rotación correspondiente a cada uno de los siguientes puntos. Represéntelos en el plano.

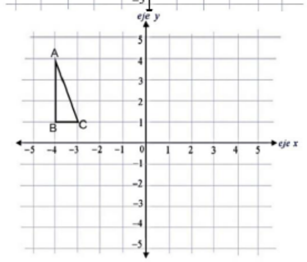
Si al punto A(2,3) se le aplica una rotación de 90º en sentido horario: ______________.

Si al punto M(-5,1) se le aplica una rotación de 180º en sentido anti-horario: ______________.

Si al punto K(0,4) se le aplica una rotación hacia la izquierda de 270º: ______________.



EJEMPLO #2: Para el ΔABC que se presenta en la figura, realice una rotación de 270º en sentido anti-horario y represente la nueva figura en el plano.



ACTIVIDAD #1: Para cada uno de los casos, aplique la respectiva rotación del punto dado.

a)Si se aplica un giro de 90º en sentido antihorario a B(4,5) : ________.

b)Si se aplica un giro de 180º en sentido antihorario a N(-3,-7) : ________.

c)Si se aplica un giro de 270º en sentido antihorario a K(0,3) : ________.

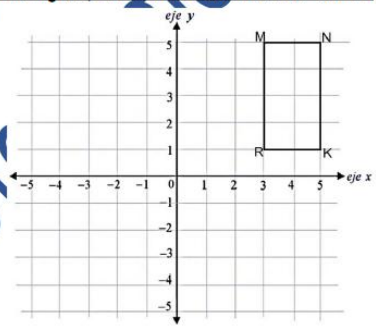
d)Si se aplica un giro de 360º en sentido de las manecillas del reloj a F(1,3) : ________.

e)Aplique un giro de 180º hacia la izquierda a M(-6,3) : ________.

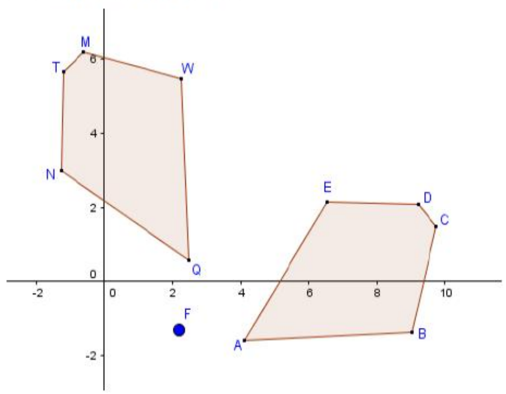
f)Aplique un giro de 90º en sentido opuesto a las manecillas del reloj a D(-1,5) : ________.

g)Aplique un giro de 270º en sentido opuesto a las manecillas del reloj a R(-1,-7) : ________.

ACTIVIDAD #2: Para el ▭MNKR que se presenta en la figura, realice una rotación de 90º en sentido horario y represente la nueva figura en el plano.



ACTIVIDAD#3: Para la figura adjunta, resuelva los siguientes ejercicios.



a)Escriba F o V según corresponda:

El $\overline{ED}$ es homólogo con el $\overline{TN}$ ( )

El $\measuredangle TNQ$ es homólogo con el $\measuredangle AED$ ( )

El vértice T es homólogo con el C ( )

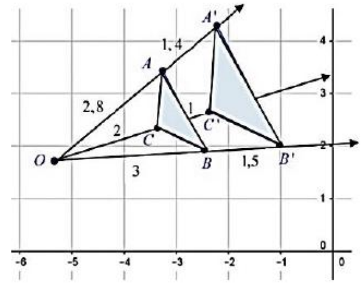
El $\measuredangle Q$ es homólogo con el $\measuredangle A$ ( )

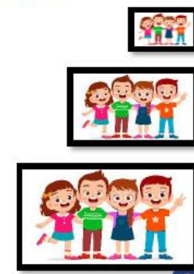
b)Complete la siguiente tabla:

Preimagen	Imagen
Q	
T	
N	
M	
W	

HOMOTECIA:

La homotecia transforma una figura plana en otra figura de igual forma (semejante), pero de mayor o menor tamaño según el valor de la razón "k".





Cuando cambias el tamaño de una fotografía, ya sea para hacerla más pequeña o más grande, estás aplicando una homotecia. La forma y la estructura de la imagen se conservan, pero se escala proporcionalmente.

El valor de "k" o la razón de homotecia nos indica como va a cambiar la figura.

Si el valor de "k" es un valor **entre cero y uno** la figura se hará **más pequeña**. $k=\frac{1}{2}$ $k=0{,}3$

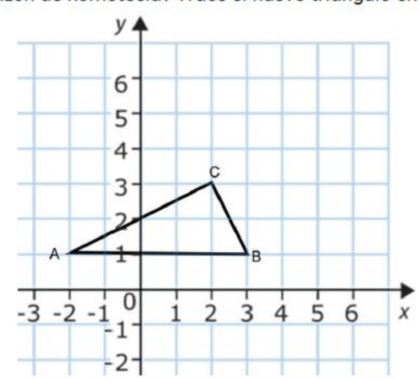
Si el valor de "k" es **mayor que uno**, la figura se hará **más grande**. $k=7$ $k=\frac{4}{3}$

EJEMPLO #1: Transforme el ΔABC mediante una homotecia de centro en el origen del plano cartesiano y razón k=2.

a)Anote la ubicación de los 3 vértices del triángulo original.

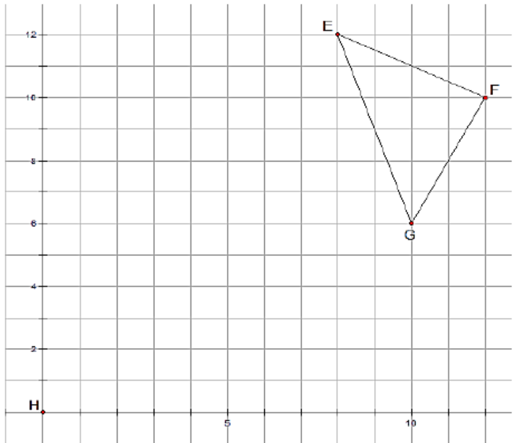
A ________ B ________ C ________

b)¿Cuáles son los nuevos puntos al aplicar la razón de homotecia? Trace el nuevo triángulo en el plano.



ACTIVIDAD #1: Transforme el ΔEFG mediante una homotecia centrada en el origen (0,0) donde k = 0,5.

Al concluir, se debe cumplir que la imagen del ΔEFG debe ser el ΔRQS .



ACTIVIDAD #2: Resuelva los siguientes ejercicios

a)Transforme el triángulo ABD mediante una **homotecia** de centro en el origen y razón 3, si sus vértices son **A(-3,2) B(4,2) y D(1,-3)**. ¿Cuál es la ubicación de los nuevos puntos?

b)Transforme el cuadrilátero ABCD mediante una homotecia de centro en el origen y razón -4, si sus vértices son **A(2,6), B(4,10), C(6,2), D(8,4)**. ¿Cuál es la ubicación de los nuevos puntos?

ACTIVIDAD GENERAL DE CIERRE: Marque con X la respuesta correcta.

1)¿Qué tipo de transformación experimenta una imagen cuando la volteas para verla al revés?

a) Reflexión b) Traslación
c) Homotecia d) Rotación

2)¿Qué transformación se realiza cuando trasladas un libro de una mesa a otra?

a) Reflexión b) Traslación
c) Homotecia d) Rotación

3)¿Qué transformación se aplica cuando le das zoom una imagen para hacerla más grande en tu celular?

a) Reflexión b) Traslación
c) Homotecia d) Rotación

4)¿Qué tipo de transformación se observa cuando un coche gira en una intersección?

a) Reflexión b) Traslación
c) Homotecia d) Rotación

5)¿Cuál es la transformación geométrica involucrada cuando observas tu reflejo en un lago tranquilo?

a) Reflexión b) Traslación
c) Homotecia d) Rotación

6)¿Qué tipo de transformación se experimenta cuando se abre o se cierra una puerta?

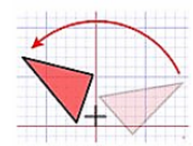
a) Reflexión b) Traslación
c) Homotecia d) Rotación

7)¿Cuál es la transformación aplicada cuando se amplía o se reduce un mapa?

a) Reflexión b) Traslación
c) Homotecia d) Rotación

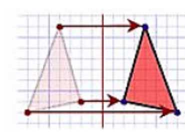
8)¿Cuál es la transformación que se representa en la figura?

a) Reflexión b) Traslación
c) Homotecia d) Rotación

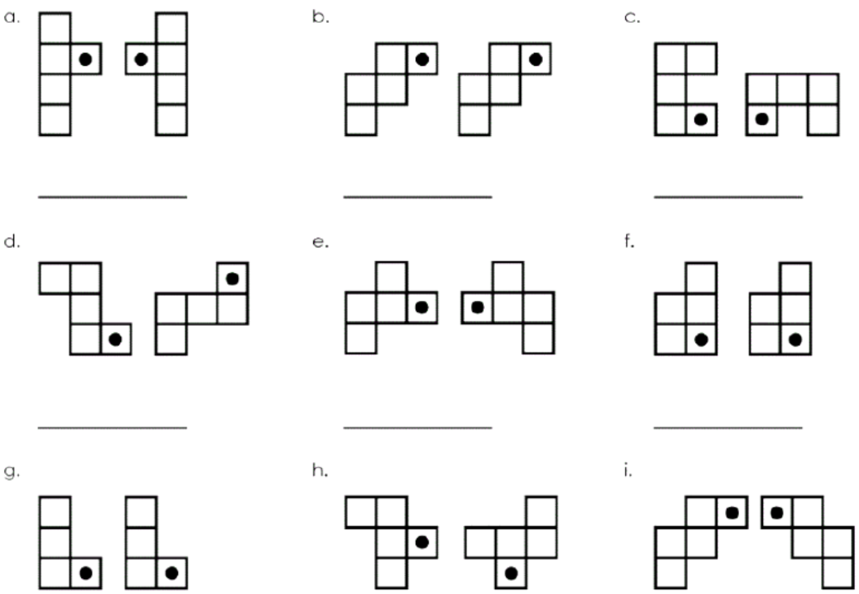


9)¿Cuál es la transformación que se representa en la figura?

a) Reflexión b) Traslación
c) Homotecia d) Rotación



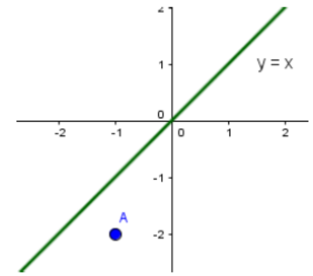
10)Anote en el renglón la transformación correspondiente, ya sea: rotación, traslación o reflexión.



TRABAJO COTIDIANO – Transformaciones en el plano.	Valoración
Aplica el concepto de traslación, homotecia, reflexión y rotación para determinar qué figuras se obtienen a partir de figuras dadas.	
Traza la imagen de una figura que se obtiene al aplicarle una homotecia, rotación, reflexión o traslación.	
Determina el punto imagen de puntos dados mediante una transformación.	
Resuelve ejercicios relacionados con diversas transformaciones en el plano.	

EJERCICIOS ADICIONALES

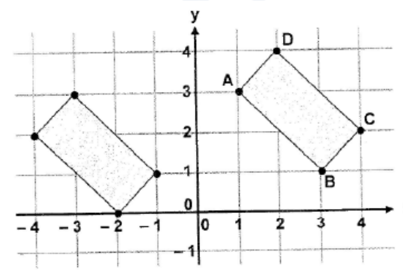
1)Considere la siguiente figura:



Si se busca la reflexión del punto A con respecto a la recta y = x, este correspondería al punto:
A) (1, -2)
B) (-1, 2)
C) (-2, -1)
D) (2, -1)

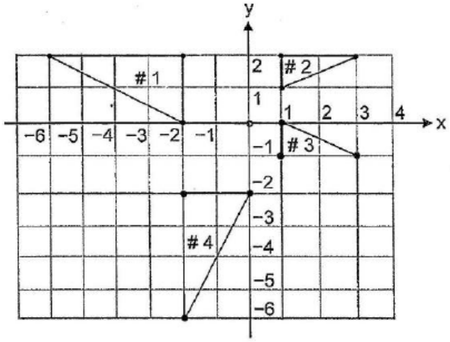
2)Al reflejar el punto (–2, –8) sobre la recta y = x, se obtiene el punto
A) (8, –2)
B) (–8, 2)
C) (8, 2)
D) (–8, –2)

3)Considere la siguiente ilustración, donde la figura de la izquierda es producto de una traslación de la figura de la derecha:



La imagen de A corresponde al punto
A) (-1,1) B) (–2,0)
C) (-3,3) D) (–4,2)

Para responder los ítems **4, 5 y 6** considere la siguiente información



4)Si se le aplica una única transformación al triangulo #1 y se obtiene el triángulo #3 entonces esa transformación se denomina

A) rotación
B) reflexión
C) traslación
D) homotecia

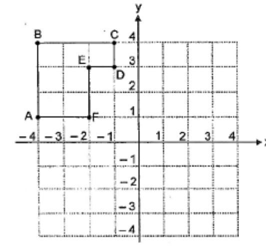
5)Si se le aplica una única transformación al triángulo #1 y se obtiene el triángulo #4 entonces esa transformación se denomina

A) reflexión sobre y = -x.
B) homotecia con centro en el origen de coordenada.
C) traslación de 2 unidades hacia abajo paralelo al eje.
D) rotación de 90 grados centrado en el origen de coordenadas y sentido anti horario.

6)Si el triángulo #3 es el resultado de aplicar una única transformación al triangulo #2, entonces, el punto imagen de (1,2) corresponde a

A) (1,0)
B) (3,0)
C) (1,-1)
D) (3,-1)

Para responder los ítems **7 y 8** considere la siguiente representación gráfica del polígono BAFEDC:



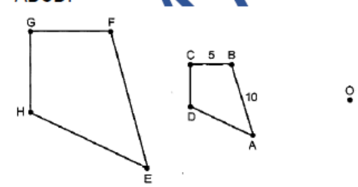
7)¿Qué segmento del polígono BAFEDC permanece invariante al aplicarle a dicho polígono una reflexión respecto a la recta x = -1?

A) $\overline{AF}$
B) $\overline{ED}$
C) $\overline{FE}$
D) $\overline{DC}$

8)Sí al polígono BAFEDC se aplica una rotación de 90° en la misma dirección de las manecillas del reloj (hacia la derecha), con centro en el origen, entonces, ¿cuál es el par ordenado que corresponde al punto imagen del vértice A?

A) (1,4)
B) (4,1)
C) (-1,-4)
D) (-4,-1)

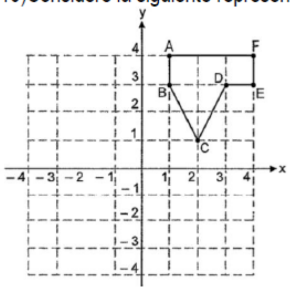
9)Al polígono EFGH se le aplica una homotecia de centro O y de razón $\frac{1}{2}$ y se obtiene el polígono ABCD:



De acuerdo con la información dada ¿cuál es la medida de $\overline{EF}$?

A) 15
B) 20
C) 25
D) 30

10)Considere la siguiente representación gráfica del polígono ABCDEF:



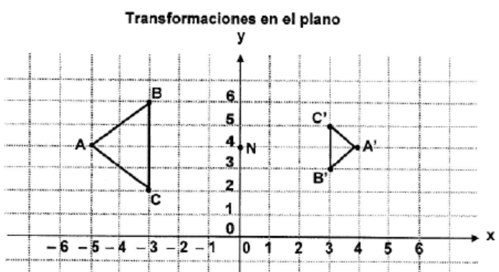
Sí al polígono ABCDEF se le aplica una rotación de 180° en dirección opuesta al movimiento de las manecillas del reloj (hacia la izquierda) y centrada en el origen de coordenadas, entonces, ¿cuál es el par ordenado que corresponde al punto imagen del vértice B?

A) (1,-3)

B) (-3,1)

C) (-1,-3)

11)Considere la información de la siguiente figura que representa una transformación del triángulo ABC con respecto al punto N:



¿Cuál es la transformación que corresponde al triángulo ABC?

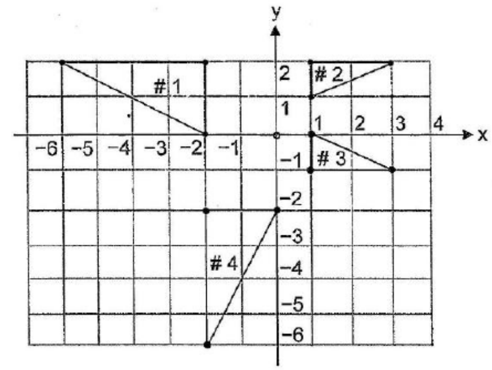
A) Rotación

B) Reflexión

C) Traslación

D) Homotecia

Para responder los ítems 12, 13 y 14 considere la siguiente información



12)Si se le aplica una única transformación al triangulo #1 y se obtiene el triángulo #3 entonces esa transformación se denomina

A) rotación

B) reflexión

C) traslación

D) homotecia

13)Si se le aplica una única transformación al triangulo #1 y se obtiene el triángulo #4 entonces esa transformación se denomina

A) reflexión sobre y = -x.

B) homotecia con centro en el origen de coordenada.

C) traslación de 2 unidades hacia abajo paralelo al eje.

D) rotación de 90 grados centrado en el origen de coordenadas y sentido anti horario.

14)Si el triángulo #3 es el resultado de aplicar una única transformación al triangulo #2, entonces, el punto imagen de (1,2) corresponde a

A) (1,0)

B) (3,0)

C) (1,-1)

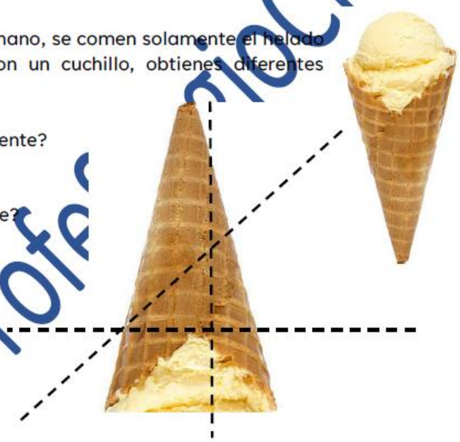
D) (3,-1)

HABILIDADES:

- *Identificar la superficie lateral, la base, la altura, el radio y el diámetro de la base y el vértice de un cono circular recto.*
- *Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un cono circular recto y características métricas de ellas.*
- *Reconocer elipses, parábolas e hipérbolas en diferentes contextos.*
- *Plantear y resolver problemas que involucren secciones de un cono mediante planos paralelos a la base.*

CONO CIRCULAR RECTO

Imagina que tienes un cono de helado en la mano, se comen solamente el helado que sobresale. Cuando cortas el helado con un cuchillo, obtienes diferentes secciones planas del cono:

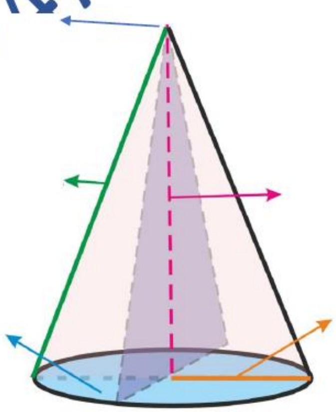


¿Qué figura se forma si lo cortas horizontalmente?

¿Qué figura se forma si lo cortas verticamente?

¿Qué figura se forma si lo cortas inclinado?

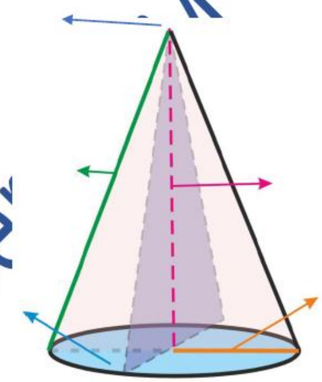
¿Puede mencionar algunas partes del cono?



¿QUÉ ES UN CONO CIRCULAR RECTO?

Cuerpo geométrico formado por una superficie lateral curva y cerrada, que termina en un vértice, y un plano que forma su base.

Se le llama también "*cono de revolución*" porque puede considerarse engendrado por la revolución completa de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.



¿Cuáles son las partes de un cono?

Vértice o cúspide: es el punto único en el extremo del cono.

Altura: es la distancia del vértice al centro de la base en forma perpendicular.

Generatriz: es la distancia del vértice a un punto de la circunferencia.

Base: es el circulo que se forma con el cateto (radio) si giramos el triángulo rectángulo.

Superficie lateral: corresponde a la superficie "que tocamos" del cono. Su figura es un sector circular.

Radio de la base: es la distancia desde el centro de la circunferencia de la base del cono hasta cualquier punto de esa circunferencia. También tenemos el **diámetro**, que pasa por el centro de la circunferencia de la base y equivale a la medida de dos radios.

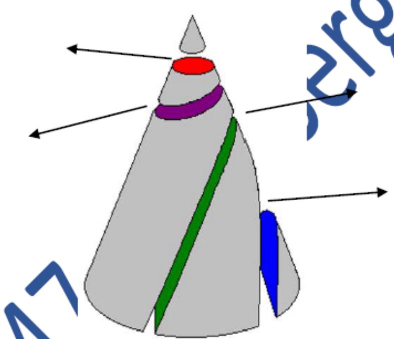
SECCIONES PLANAS DE UN CONO

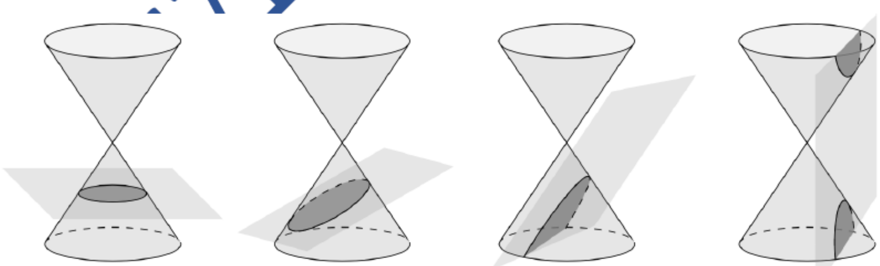
Circunferencia: Si cortas el cono de manera paralela a su base, obtendrás una sección plana en forma de círculo.

Elipse: Si cortas el cono de manera oblicua a su eje central pero no paralelo a la base, obtendrás una sección plana en forma de elipse. Esta sección elíptica es una curva cerrada.

Parábola: Si cortas el cono paralelo a una de sus generatrices (sin pasar por el vértice), obtendrás una sección plana en forma de parábola. Esta sección tiene una curva abierta.

Hipérbola: Si cortas el cono de manera perpendicular a la base del cono, sin pasar por el vértice se forma una hipérbola.

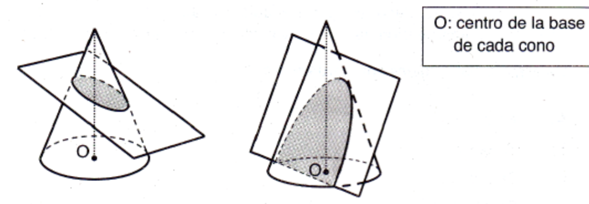




ACTIVIDAD #1: Basándose en la información del cuadro anterior, conteste:

1)Considere las siguientes figuras, la cuales corresponden a dos conos circulares rectos que son intersecados, cada uno, por un plano diferente:

Figura 1 Figura 2



Considere las siguientes proposiciones:

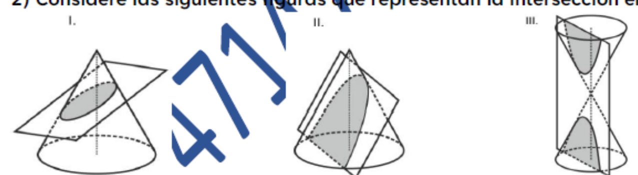
I. En la figura 1, la intersección entre el plano y el cono corresponde a una parábola.

II. En la figura 2, la intersección entre el plano y el cono corresponde a una elipse.

De ellas, ¿Cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la I

2) Considere las siguientes figuras que representan la intersección entre conos y planos:



De acuerdo con las figuras anteriores, las intersecciones determinan las secciones planas denominadas

A) I. elipse, II. hipérbola y III. parábola.
B) I. elipse, II. parábola y III. hipérbola.
C) I. circunferencia, II. elipse y III. parábola.
D) I. circunferencia, II. hipérbola y III. Parábola

3) Considere las siguientes proposiciones acerca de un cono circular recto de vértice V.

I. La intersección entre el cono y un plano paralelo al plano de la base del cono corresponde a una elipse.

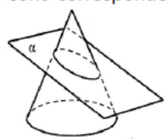
II. La intersección entre el cono y un plano perpendicular al plano de la base del cono, sin pasar por el vértice, es una hipérbola.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

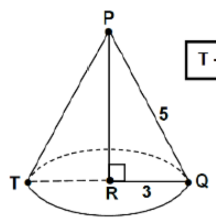
4)Considere la siguiente figura, referente a un cono circular recto cortado por un plano α oblicuo con respecto a la base y sin cortarla:

De acuerdo con la información anterior, la intersección del plano α con el cono corresponde a una sección plana denominada



A) elipse
B) parábola
C) hipérbola
D) circunferencia

Conteste las preguntas 5 y 6 con la siguiente figura:



T – R – Q

5)¿Cómo se llama el segmento RP?

A) Generatriz
B) Radio
C) Diámetro
D) Altura

6) Si el segmento RQ mide 3, ¿Cuánto mide el diámetro de la base?

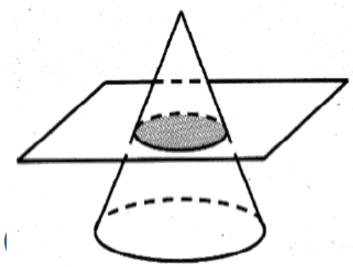
A) 3
B) 4
C) 5
D) 6

TRABAJO COTIDIANO – Cono Circular Recto y sus secciones planas	Valoración
Identifica la base, altura, radio, diámetro de la base y el vértice de un cono circular recto.	
Determina que figuras se obtienen mediante secciones planas de un cono circular recto	

PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN AL CONO CIRCULAR RECTO

ACTIVIDAD DE INICIO:

Si tenemos un cono circular recto con una altura de 12 cm. El radio de la base mide 5. Si el cono es cortado exactamente por la mitad de su altura con un plano paralelo a la base, intente contestar las siguientes preguntas:



a)¿Cuánto mide la altura del nuevo cono que se forma con el corte?

b)¿Cuánto mide el radio de la circunferencia que se forma en el corte?

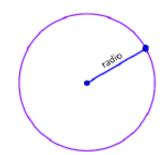
c)¿Cuánto mide el diámetro, tanto de la circunferencia de la base como la de la circunferencia que se forma con el corte?

d)¿Puede calcular la medida de la generatriz del cono que se formó con el corte (el pequeño)?

FÓRMULAS ÚTILES QUE DEBEMOS TENER PRESENTE

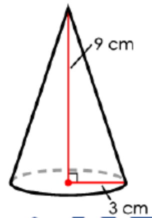
La **longitud de circunferencia** del cono se calcula con $C = 2 \cdot \pi \cdot r$, donde "r" representa el radio de la circunferencia. En el contexto del círculo, la longitud de circunferencia representa el **perímetro de ese círculo.**

Para calcular el **área** del círculo se usa $A = \pi \cdot r^2$, donde "r" es el radio.



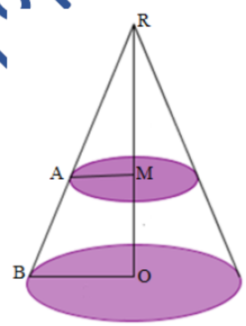
También, es posible usar la famosa "regla de tres" o el "Teorema de Pitágoras" para resolver alguna situación.

EJEMPLO #1:
Si al siguiente cono circular recto se le realiza un corte con un plano paralelo a su base, a una distancia de 4cm de su base. ¿Cuál es la medida aproximada del radio del nuevo cono que se forma?



EJEMPLOS 1-2-3

EJEMPLO #2:
El siguiente cono fue cortado con un plano paralelo a su base, donde RM = 15, MO = 8, además RA = 27. Calcule:

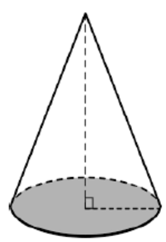


a)¿Cuál es la medida de la generatriz RB?

b)¿Cuánto mide aproximadamente el radio de la base?

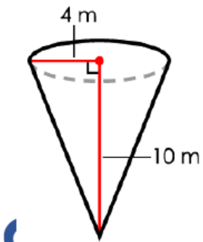
c)Calcule el área aproximada de la base de centro O del cono?

EJEMPLO 3:
Si la medida de la altura del cono circular recto es 20, la medida del diámetro de la base del cono es 10 y la distancia entre la base del cono y el plano que lo corta es 8, entonces, ¿Cuál es el diámetro de la circunferencia que se forma de la intersección del cono y el plano?

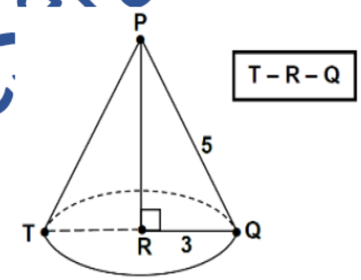


<u>**ACTIVIDAD#1:** Resuelva los siguientes ejercicios.</u>

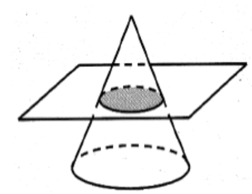
1)Calcule la medida de la generatriz y el diámetro del siguiente cono representado en la figura.



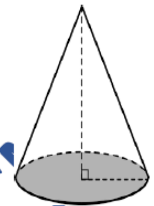
2)Determine la medida de la altura del siguiente cono circular recto.



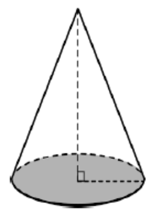
3)Dado un cono de altura 50 cm y radio de la base 10cm, <u>determine la medida del radio</u> de la circunferencia que se obtiene si se hace un corte con un plano paralelo al plano de la base. La distancia que hay entre el corte y la cúspide es de 6 cm.



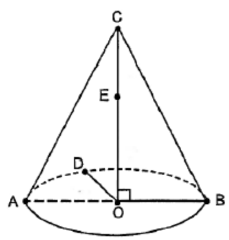
4)Si un cono tiene una altura de 18cm y el diámetro de su base mide 14cm. Se realiza un corte con un plano paralelo a la base, con una distancia de 3cm el corte y la base. ¿Cuál es la medida del diámetro de la circunferencia que se obtiene con el corte?



5)Un cono tiene una generatriz de 20cm y una altura de 17cm. Se realiza un corte con un plano paralelo a la base. El corte se realizó a 5cm de la cúspide. ¿Cuál es la medida de la generatriz del nuevo cono que se forma con el corte?



6)Si se corta este cono con un plano que contiene a E y que es paralelo al plano que contiene la base del cono, entonces, ¿cuál es el área de la sección plana que resulta de dicha intersección?



O – E – C; A – O – B

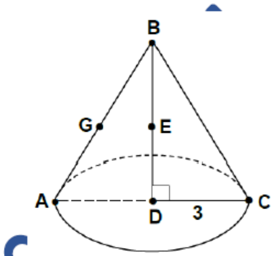
CO = 30; OD = 12,5; EC = 12

O: centro de la base del cono

7)Si un plano paralelo a la base del cono contiene a los puntos G y E, entonces, ¿cuál es el área de la longitud de la sección plana que resulta de dicha intersección?

DE = EB = 2

A – D – C; A – G – B; D – E – B
D: centro de la base del cono

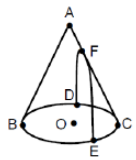


8)En la fiesta de cumpleaños de Carlos, su mamá decidió elaborar sombreritos, en forma de cono circular recto. Como se muestra en la siguiente figura, el cual tiene 16 cm de altura y una generatriz de 20 cm. ¿cuál es el diámetro (en cm), aproximadamente, de la circunferencia mayor que se forma en la boca o abertura del sombrero?

TRABAJO COTIDIANO – Problemas y ejercicios con el Cono Circular Recto	Valoración
Plantea y resuelve problemas que involucren secciones de un cono mediante planos paralelos a la base.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1)Se ilustra un cono circular recto y una sección plana, producto de la intersección de dicho cono con un plano perpendicular a la base de este:

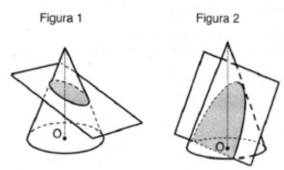


B – O – C y A – F – C
O: centro de la base del cono

¿Cuál es el nombre de la sección plana que se muestra en la figura dada?

A) Elipse B) Parábola
C) Hipérbola D) Circunferencia

2)Considere las siguientes figuras, la cuales corresponden a dos conos circulares rectos que son intersecados, cada uno, por un plano diferente:



O: centro de la base de cada cono

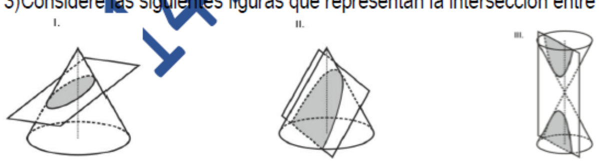
Considere las siguientes proposiciones:

I. En la figura 1, la intersección entre el plano y el cono corresponde a una parábola.
II. En la figura 2, la intersección entre el plano y el cono corresponde a una elipse.

De ellas, ¿Cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

3)Considere las siguientes figuras que representan la intersección entre conos y planos:



De acuerdo con las figuras anteriores, las intersecciones determinan las secciones planas denominadas

A) I. elipse, II. hipérbola y III. parábola.
B) I. elipse, II. parábola y III. hipérbola.
C) I. circunferencia, II. elipse y III. parábola.
D) I. circunferencia, II. hipérbola y III. parábola

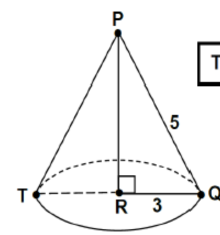
4) Considere las siguientes proposiciones acerca de un cono circular recto de vértice V.

I. La intersección entre el cono y un plano paralelo al plano de la base del cono corresponde a una elipse.
II. La intersección entre el cono y un plano perpendicular al plano de la base del cono, sin pasar por el vértice, es una hipérbola.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

Con base a la información que se indica en la figura siguiente, referida a un cono circular recto, conteste las preguntas 5, 6 y 7:



T – R – Q

5)¿Cuál punto representa el vértice del cono?

A) T
B) R
C) Q
D) P

6)¿Cuál es la medida de la altura del cono?

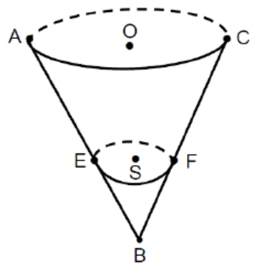
A) 3
B) 4
C) 5
D) 6

7)¿Cuál es la medida del diámetro de la base del cono?

A) 3
B) 4
C) 6
D) 8

Con base en la siguiente información, conteste las preguntas 8, 9 y 10:

A continuación, se ilustra un sólido con forma de cono circular recto y una sección plana, producto de la intersección de dicho sólido con un plano paralelo a la base de este:



A – O – C y E – S – F O: centro de la base del cono S: centro de la sección plana

8)¿Cuál segmento representa la altura del cono de centro O?

A) $\overline{AC}$

B) $\overline{AB}$

C) $\overline{BO}$

D) $\overline{CE}$

9)¿Cuál segmento representa el diámetro de la base de la sección plana de centro S?

A) $\overline{ES}$

B) $\overline{FS}$

C) $\overline{EF}$

D) $\overline{BS}$

10)Si SC = 10 y AC = 12, entonces, la distancia entre el centro de la base del cono y el centro de la sección plana dada, corresponde a

A) 5
B) 6
C) 8
D) 9

11)Un cono circular recto de 30 unidades de altura es cortado por un plano paralelo a su base a 20 unidades de su vértice. Si el radio de la sección formada por el corte mide 8 unidades, entonces, la medida del radio del cono original corresponde a

A) 12
B) 24
C) 25

12)La medida de la altura de un cono circular recto es 16 y la medida del diámetro de su base es 16. Si a dicho cono se le realiza un corte con un plano paralelo a su base a 6 unidades de la misma, entonces, ¿cuál es la longitud de la sección plana obtenida?

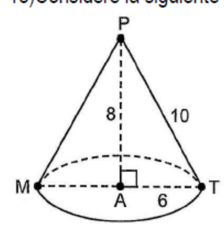
A) 8π

B) 10π

C) 12π

D) 16π

13)Considere la siguiente información referida a un cono circular recto:



M – A – T

Si al cono se le realiza un corte <u>a la mitad de su altura</u> con un plano paralelo a su base entonces, ¿cuál es la longitud de la sección plana obtenida?

A) 6π

B) 8π

C) 10π

D) 12π

14)La medida de la altura de un cono circular recto es 18 y la medida del diámetro de su base es 12. Si a dicho cono se le realiza un corte con un plano paralelo a su base a 6 unidades de la misma, entonces, ¿cuál es la longitud de la sección plana obtenida?

A) 6π

B) 8π

C) 12π

D) 15π

15)La medida del diámetro de la base de un cono circular recto es 10. Si al cono se le realiza un corte con un plano paralelo a su base, tal que, la medida desde la cúspide del cono al corte es 6 y la medida desde dicho corte a la base del cono es 8, entonces, ¿cuál es la longitud del radio de la sección plana que se generó por el corte?

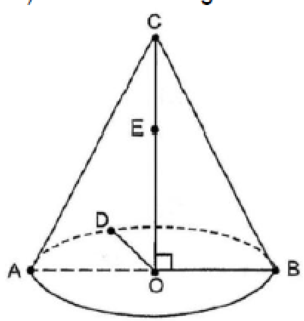
A) $\frac{15}{4}$

B) $\frac{15}{7}$

C) $\frac{35}{3}$

D) $\frac{84}{5}$

16)Considere la siguiente información referida a un cono circular recto:



O – E – C; A – O – B
CO = 30; OD = 12,5; EC = 12
O: centro de la base del cono

Si se corta este cono con un plano que contiene a E y que es paralelo al plano que contiene la base del cono, entonces, ¿ cuál es la longitud de la sección plana que resulta de dicha intersección?

A) $10,0\pi$

B) $12,5\pi$

C) $17,5\pi$

D) $25,0\pi$