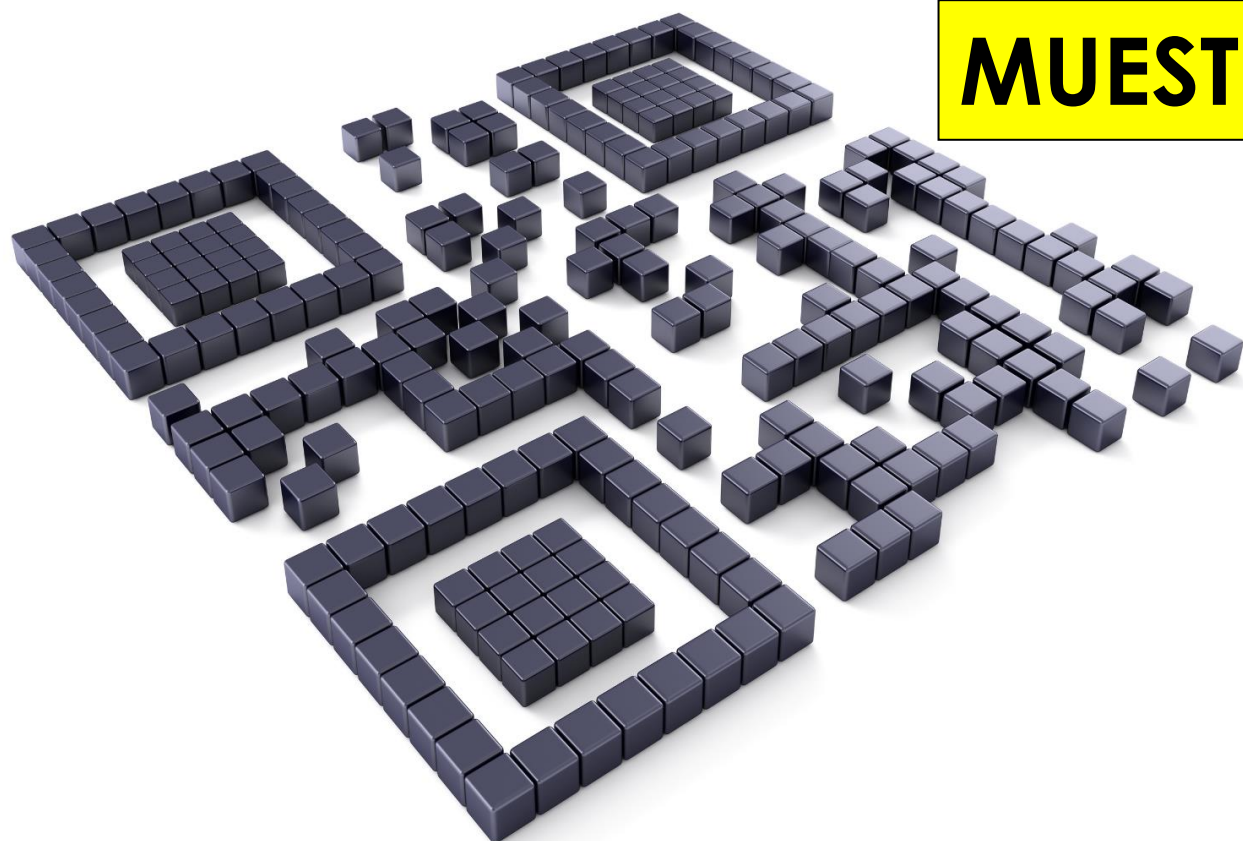


# MATEMÁTICAS QR

PRUEBA NACIONAL  
ESTANDARIZADA  
SECUNDARIA 2024

Apto para AMPLIACIÓN 2025

**MUESTRA**



Lic. Sergio Contreras Méndez ([www.profesergiocm.com](http://www.profesergiocm.com))

**467 EJERCICIOS + 30 HORAS DE  
VÍDEO CON TECNOLOGÍA QR**

**PRECIO: 10.000 COLONES**

**CONTACTO: 60147147 con Sergio Contreras**

**Se personaliza** con alguna de estas opciones:

Si lo compra DOCENTES: Nombre del docente **o** nombre del Colegio

Si lo compra ESTUDIANTES: Nombre del estudiante **o** Nombre del Colegio

**\*Es el mejor material disponible de estudio para la P.N.E de Matemáticas Secundaria.**

**\*Porque los 467 ejercicios de práctica que trae, TODOS tienen vídeo.**

**\*Más de 30 horas de vídeo (y el acceso es gratis por QR).**

**\*La mayoría de los ejercicios fueron actualizados a como se está preguntando en la P.N.E.**

**\*El folleto tiene el mismo orden que tendrá la prueba estandarizada, para una mejor experiencia de estudio.**

**\*En esta muestra puede probar que el acceso a los vídeos se puede hacer solo “tocando” el código.**

## TABLA DE CONTENIDOS

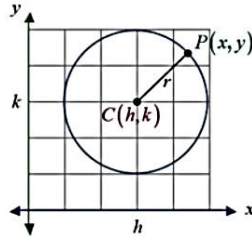
<b>GEOMETRÍA</b>	
<b>1. Resuelve problemas, de diversos contextos, relacionados con la representación de circunferencias de manera analítica o gráfica.</b>	
CIRCUNFERENCIA: CENTRO Y RADIO	Pag. 3
<b>2. Aplica transformaciones (traslaciones) a una circunferencia en el plano cartesiano, en situaciones de diversos contextos.</b>	
TRASLACIONES A UNA CIRCUNFERENCIA	Pag.18
<b>3. Determina relaciones de posición relativa entre rectas, rectas y circunferencias o puntos y circunferencias, en situaciones de diversos contextos.</b>	
PUNTO INTERIOR Y EXTERIOR DE LA CIRCUNFERENCIA	Pag.26
RECTAS EN LA CIRCUNFERENCIA: SECANTE, TANGENTE Y EXTERIOR	Pag.34
POSICIÓN RELATIVA ENTRE RECTAS   PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD	Pag.40
PROPIEDAD DE LA RECTA TANGENTE PERPENDICULAR AL RADIO	Pag.46
<b>4. Resuelve problemas, de diversos contextos, relacionados con perímetros o áreas de figuras planas (polígonos regulares, polígonos irregulares o figuras planas no poligonales).</b>	
POLÍGONOS REGULARES: ÁREA, PERÍMETROS Y ÁNGULOS	Pag.50
POLÍGONOS IRREGULARES: ÁREA Y PERÍMETRO	Pag.68
FIGURAS PLANAS NO POLIGONALES	Pag.77
<b>5. Determina características métricas y propiedades de secciones planas en figuras tridimensionales (cilindro o esfera), en situaciones de diversos contextos.</b>	
CILINDRO CIRCULAR RECTO	Pag.81
ESFERA	Pag.86
<b>RELACIONES Y ÁLGEBRA (FUNCIONES)</b>	
<b>1. Resuelve problemas, de diversos contextos, relacionados con funciones (dadas tabular, gráfica o algebraicamente) y sus elementos.</b>	
ANÁLISIS DE FUNCIONES	Pag.89
COMPOSICIÓN DE FUNCIONES	Pag.108
<b>2. Resuelve problemas, de diversos contextos, relacionados con la inversa de una función (dada tabular, gráfica o algebraicamente) y sus elementos.</b>	
FUNCIÓN INVERSA	Pag.111
<b>3. Resuelve problemas, de diversos contextos, relacionados con la función raíz cuadrada en sus distintas representaciones.</b>	
FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA	Pag.124
<b>4. Resuelve problemas, de diversos contextos, relacionados con funciones (lineales, cuadráticas, exponenciales o logarítmicas) en sus distintas representaciones.</b>	
FUNCIÓN LINEAL	Pag.126
FUNCIÓN CUADRÁTICA	Pag.147
FUNCIÓN EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA	Pag.160
<b>5. Resuelve problemas, de diversos contextos, relacionados con sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.</b>	
SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS	Pag.172
<b>6. Determina el modelo matemático que mejor se adapta a una situación de diversos contextos.</b>	
MODELIZACIÓN DE FUNCIONES	Pag.181
<b>ESTADÍSTICA</b>	
<b>1. Resuelve problemas, de diversos contextos, relacionados con las medidas de posición de un grupo de datos cuantitativos.</b>	
MEDIDAS DE POSICIÓN: MEDIA, MODA, CUARTILES, MÍNIMO, MÁXIMO, RECORRIDO.	Pag.188
ASIMETRÍA EN LA DISTRIBUCIÓN DE DATOS	Pag.199
MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA	Pag.202
<b>SOLUCIONARIO</b>	
<b>Pag.205</b>	

## CIRCUNFERENCIA EN EL PLANO: CENTRO Y RADIO

En la geometría euclidiana, la circunferencia es el conjunto de todos los puntos que están a una distancia constante (llamada radio) de un punto fijo en el plano (llamado centro).

En el plano cartesiano, podemos representar una circunferencia utilizando coordenadas cartesianas. Si el centro de la circunferencia está en el punto  $(h, k)$  y el radio es  $r$ , entonces la circunferencia está dada por la siguiente ecuación:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$



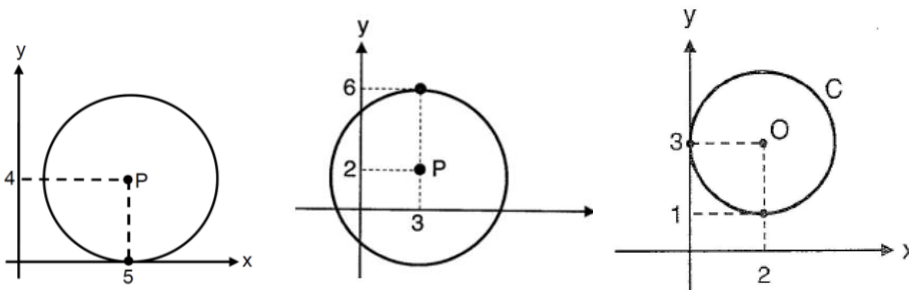
Ahora, para determinar la ecuación de una circunferencia conociendo su centro y radio, lo primero que debemos hacer es sustituir los valores conocidos en la fórmula. Por ejemplo, si el centro de la circunferencia es  $(3, -2)$  y su radio es 5, entonces la ecuación de la circunferencia es:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - (-2))^2 = 5^2$$

$$\text{R/ } (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

Hay ejercicios donde previamente nos dan una representación gráfica, por lo que debemos aprender primero a identificar la ubicación del centro de la circunferencia y la medida de su radio. Puede practicarlo con las siguientes figuras y verificarlo con el código QR:



Considerar las fórmulas de la **distancia entre dos puntos**  $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$  por si es necesario calcular un radio o diámetro y además la del **punto medio de un segmento**  $PM = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$  para obtener el centro de una circunferencia. Con el siguiente código se explica punto medio.

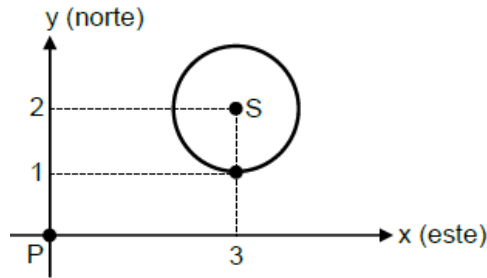


**LA MAYORÍA DE LOS TEMAS TRAE RESUMEN TEÓRICO PARA REPASAR LOS DETALLES BÁSICOS**

## CIRCUNFERENCIA: CENTRO Y RADIO

1) Para la siguiente circunferencia de centro S, ¿Cuál es su representación algebraica?

- A)  $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$
- B)  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$
- C)  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$



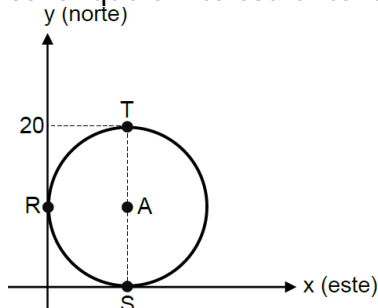
4) Si el centro de la circunferencia C se ubica en el punto (4,0) y la medida de su diámetro es 8, entonces la ecuación de esa circunferencia corresponde a

- A)  $(x - 4)^2 + y^2 = 4$
- B)  $(x + 4)^2 + y^2 = 8$
- C)  $(x - 4)^2 + y^2 = 16$

**TOQUE EL CÓDIGO O DALE CLICK. LE LLEVARÁ A YOUTUBE DONDE SALE LA EXPLICACIÓN**



10)\* Los guardaparques de un parque nacional instalaron una antena que emite una señal, la cual permite a tres estaciones de vigilancia de ese parque comunicarse entre sí. La siguiente representación gráfica, en la que las unidades están en kilómetros, muestra la ubicación de las tres estaciones de vigilancia (R, S y T), de la antena (A) y de la circunferencia que corresponde al alcance máximo de la señal que emite esa antena:

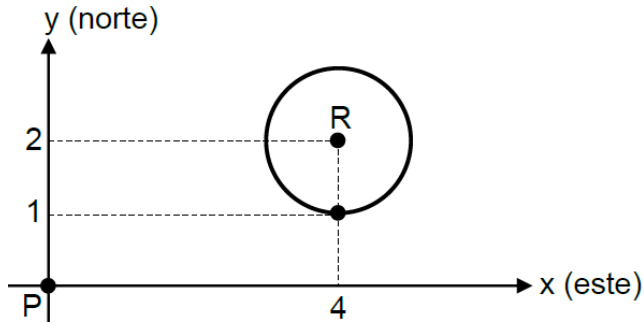


De acuerdo con la información anterior, ¿cuál de las siguientes representaciones algebraicas, en las que las unidades están en kilómetros, corresponde al alcance máximo de la señal que emite esa antena?

- A)  $(x + 10)^2 + (y + 10)^2 = 100$
- B)  $(x - 20)^2 + (y - 20)^2 = 100$
- C)  $(x - 10)^2 + (y - 10)^2 = 100$

# TRASLACIONES

40)\* A continuación, se muestra la representación gráfica, en la que las unidades están en kilómetros, de la ubicación (P) de un puerto, (R) de un barco y de la circunferencia que corresponde al alcance máximo de la señal que emite el radar de ese barco:



De acuerdo con la información anterior, si dos horas después la nueva ubicación (S) del barco es 1 km al sur de (R), entonces, ¿cuál es la representación gráfica, en la que las unidades están en kilómetros, de la circunferencia que corresponde al alcance máximo de la señal que emite el radar de ese barco en su nueva ubicación?

- A)
- B)
- C)

**SI DESEA LA VERSIÓN COMPLETA CON LOS 467 EJERCICIOS, CONTÁCTEME 60147147.**

## POLÍGONOS REGULARES

Considere la siguiente información para responder los ítems 98 y 99:

Si en un hexágono regular, el radio mide 14 cm, entonces

98) ¿Cuál es su perímetro?

- A) 42 cm
- B) 84 cm
- C) 168 cm

99) ¿Cuál es su área?

- A)  $49\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>
- B)  $147\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>
- C)  $294\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>

**TOQUE EL CÓDIGO O DALE  
CLICK. LE LLEVARÁ A YOUTUBE  
DONDE SALE LA EXPLICACIÓN**



100)\* Fernando debe elaborar una tarjeta de regalo que tenga forma de hexágono regular. Si él requiere que la medida del radio del hexágono, que representa esa tarjeta, sea 6 cm, entonces, ¿cuál será el perímetro de la tarjeta que elaborará Fernando?

- A) 18 cm
- B) 36 cm
- C) 94 cm



101)\* Martín debe elaborar un adorno de Navidad que tenga forma de triángulo equilátero. Si él requiere que la medida del lado del triángulo, que representa esa tarjeta, sea 12 cm, entonces ¿Cuál será el área del adorno que elaborará Martín?

- A)  $36\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>
- B)  $72\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>
- C)  $144\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>

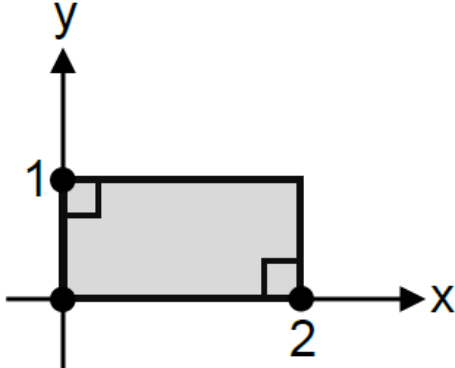


**CONTACTO: 60147147 con Sergio Contreras**



## POLÍGONOS IRREGULARES

133)\* Andrea es ingeniera en una empresa que produce paneles solares para generar energía limpia. A continuación, se muestra la representación gráfica, en la que las unidades están en metros, de un panel solar diseñado por ella:

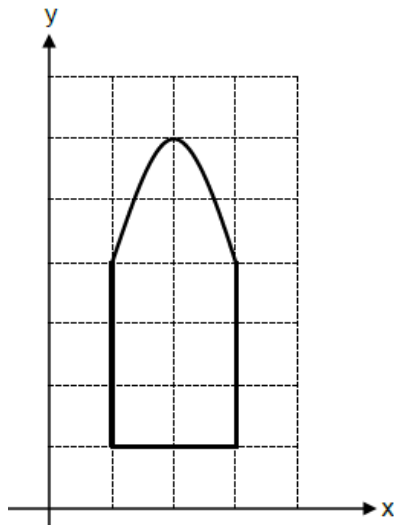


De acuerdo con la información anterior, si Andrea desea colocar una cinta metálica alrededor de todo el borde de ese panel, entonces, ¿cuál es la menor cantidad de metros que ella necesita de esa cinta?

- A) 2
- B) 3
- C) 6

## FIGURAS PLANAS NO POLIGONALES

149)\* Un arquitecto diseñó un tipo de ventana como el que se muestra en la siguiente representación gráfica:



La medida del lado de cada cuadrado de la cuadrícula es 1 m.



De acuerdo con la información anterior, el perímetro, en metros, de esa ventana es mayor que

- A) 12 pero menor que 14.
- B) 8 pero menor que 10.
- C) 6 pero menor que 7.



## ANÁLISIS DE FUNCIONES

182) Si  $h$  es la función dada por  $h(x) = 27 - x^2$ , entonces, ¿cuál es el valor de  $h(-3)$ ?

- A) 18
- B) 36
- C) 45



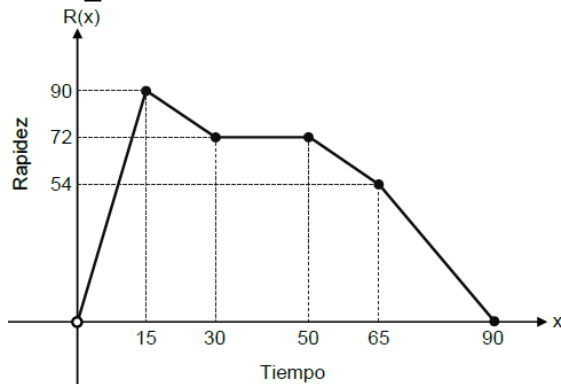
183)\* La cantidad “C” de suscriptores que tuvo una plataforma de vídeos, está dada por  $C(x) = 1000x^3 + 4000$ , donde “x” representa el tiempo, en años, transcurrido desde su creación, con  $0 < x \leq 3$ . ¿Cuántos suscriptores tuvo esa plataforma de vídeos dos años después de su creación?

- A) 10 000
- B) 12 000
- C) 13 000



**Para responder los ítems 191, 192, 193 y 194 considere la siguiente información:**

La siguiente representación gráfica corresponde a la rapidez “ $R(x)$ ”, en kilómetros por hora, a la cual viajó un helicóptero, en función del tiempo “ $x$ ”, en minutos, transcurrido desde el inicio de un viaje, con  $0 < x \leq 90$ :



**SI DESEA LA VERSIÓN COMPLETA CON LOS 467 EJERCICIOS, CONTÁCTEME 60147147.**

191)\* Desde el inicio de ese viaje, ¿cuántos minutos transcurrieron para que el helicóptero alcanzara la mayor rapidez durante todo ese viaje?

- A) 15 min
- B) 50 min
- C) 90 min



## FUNCIÓN INVERSA

242) Considere la función biyectiva  $f(x) = 2x + 5$ . De las siguientes funciones, ¿cuál corresponde a la inversa de  $f$ ?

- A)  $f^{-1}(x) = -2x - 5$
- B)  $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{5}$
- C)  $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{2}$



249)\* En una verdulería se determina que el monto total “ $w$ ” en colones por cobrar a cada cliente, en función de la cantidad “ $n$ ” de naranjas vendidas, está dado por  $w(n) = 150n$ .

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál de los siguientes criterios de funciones relaciona la cantidad “ $n(w)$ ” de naranjas vendidas, en función del monto total “ $w$ ” por cobrar a cada cliente?

- A)  $n(w) = w + 150$
- B)  $n(w) = w - 150$
- C)  $n(w) = \frac{w}{150}$



## FUNCIÓN RAIZ CUADRADA

272)\* Considere la siguiente información:

La mayor cantidad “ $N$ ” de árboles de cierta especie, que se puede sembrar en un terreno, está dada por  $N(x) = \sqrt{x} + 1$ , donde “ $x$ ” representa el área, en metros cuadrados, que tiene el terreno, con  $10 < x \leq 100$ .

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es la mayor cantidad de árboles de esa especie que se puede sembrar en un terreno cuya área es  $16 \text{ m}^2$ ?

- A) 4
- B) 5
- C) 17



**CONTACTO: 60147147 con Sergio Contreras**

## FUNCIÓN LINEAL

277) La forma algebraica de la función lineal es  $f(x) = mx + b$ , considere las siguientes proposiciones:

- I. Si la gráfica de la función lineal es decreciente, entonces  $m > 0$ .
- II. Si la gráfica de la función lineal es constante, entonces  $m = 0$

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

- A) Ambas.
- B) Solo la I.
- C) Solo la II.



293) En un programa de lealtad de una tienda, los puntos acumulados  $P$  se calculan mediante la fórmula  $P(d) = 10d - 20$ , donde “ $d$ ” representa la cantidad de dinero en dólares gastada por el cliente donde  $2 \leq d \leq 1000$ .

Si un cliente gastó 150 dólares, ¿Cuántos puntos acumula con esa compra?

- A) 900
- B) 1050
- C) 1480



## FUNCIÓN CUADRÁTICA

342)\* La altura “ $h$ ” en metros desde el suelo que tuvo un objeto al ser lanzado desde un edificio está dada por  $h(x) = -10x^2 + 40x + 120$ , donde “ $x$ ” representa el tiempo en segundos transcurrido desde que ese objeto fue lanzado, con  $0 < x < 6$ .

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál fue la altura máxima en metros desde el suelo que tuvo ese objeto desde que fue lanzado?

- A) 160
- B) 240
- C) 600



## MEDIDAS DE POSICIÓN: MEDIA ARITMÉTICA, MODA, MEDIANA, CUARTILES, MÁXIMO Y MÍNIMO.

433)\* Considere la siguiente tabla en la que se presentan algunas medidas de posición referentes a la edad, en meses cumplidos, a la que aprendieron a caminar un grupo de niñas:

Medida de posición	Valor
Moda	10
Mínimo	9
Máximo	15
Mediana	11



De acuerdo con la información anterior, con certeza se cumple que la

- A) menor edad a la que aprendió a caminar una niña fue 9 meses.
- B) mayor edad a la que aprendió a caminar una niña fue 11 meses.
- C) mayoría de las niñas aprendió a caminar a la edad de 10 meses.

455)\* La distribución de los datos referidos a las edades en años, de las personas que conforman un equipo de ciclismo, presenta una asimetría negativa. Si la edad promedio de las personas de ese equipo es 28 años, entonces al menos la mitad de las personas que conforman ese equipo de ciclismo tiene una edad

- A) igual que 28 años.
- B) mayor que 28 años.
- C) menor que 28 años.



**CONTACTO: 60147147 con Sergio Contreras**