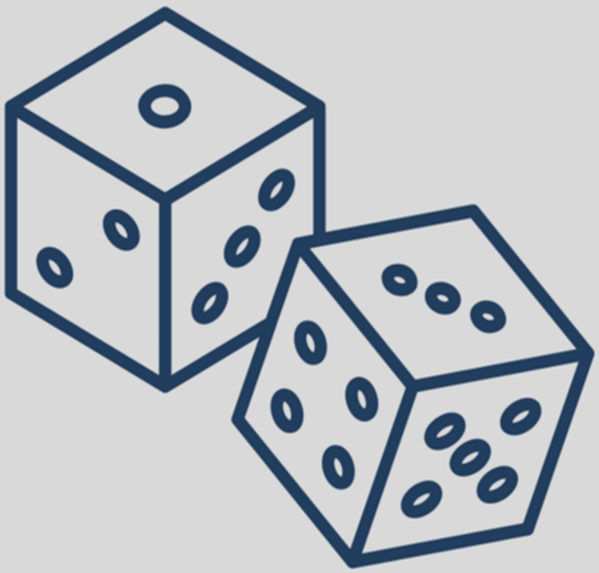
EDITORIAL PROYECTOS QR

PROBABILIDADES 12

COLEGIOS TÉCNICOS

www.profesergiocm.com



NOMBRE: ______________________________ GRUPO: ________

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PROBABILIDADES 12º

EVENTOS

HABILIDADES:

- *Describir relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión "$\cup$", intersección "$\cap$" y "complemento" e interpretar el significado dentro de una situación o experimento aleatorio.*
- *Representar mediante diagramas de Venn las operaciones entre eventos.*
- *Reconocer eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares.*

ACTIVIDAD DE INICIO:

Si tomamos dos dados tradicionales (1 al 6) tiramos ambos y se <u>suman sus resultados</u>:

a)¿Cuáles son todos los posibles resultados que pueden salir?

____

b)Si quisiera que salgan solo números pares, ¿Cuáles serían esos resultados?

____

c)Si quisiera que salgan solo números mayores que 8, ¿Cuáles serían esos resultados?

____

d)Si quisiera que salgan solo números primos, ¿Cuáles serían esos resultados?

____

e)Si quisiera que salga solo múltiplos de 4, ¿Cuáles serían esos resultados?

____

ESPACIO MUESTRAL Y EVENTOS

Vamos a ir poco a poco conociendo nuevos conceptos para ir introduciéndonos al mundo de la probabilidad. Inicialmente realizaremos operaciones con eventos de modo que genere nuevos conjuntos al unir, interceptar o complementar esos eventos con los que trabajemos. Primero, recordemos algunos conceptos básicos y los relacionaremos directamente con las respuestas de la actividad de inicio.

¿QUÉ ES UN ESPACIO MUESTRAL?

Consiste en el conjunto de todos los posibles resultados individuales de un experimento aleatorio. Se denota con E.

<u>En la actividad de inicio</u>, hablamos de un espacio muestral que puede representarse como $E=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ *ya que corresponde a todos los posibles resultados al lanzar y sumar los resultados de los dos dados.*

¿QUÉ ES UN EVENTO o SUCESO?

Es un subconjunto de un espacio muestral, es decir, un conjunto de posibles resultados que se pueden dar en un experimento aleatorio. Los eventos se denotan con letras mayúsculas como A, B, C, etc.

En la actividad de inicio, al preguntar por los valores mayores que ocho, genera el evento cuyo subconjunto es $\{9,10,11,12\}$. *Y en el caso de los números primos sería* $\{2,3,5,7,11\}$

¿QUÉ ES UN PUNTO MUESTRAL?

Corresponde a cada uno de los elementos que componen el espacio muestral o evento. *En la actividad de inicio, podemos decir que el evento de los múltiplos de cuatro que es* $\{4,8,12\}$ *posee 3 puntos muestrales.*

Algunos espacios muestrales comunes:

Resultados al lanzar un dado tradicional de seis caras:________________________.

Resultados al sumar los resultados de lanzar dos dados tradicionales de seis caras:

______________________________.

Resultados al sumar los resultados de lanzar tres dados tradicionales de seis caras:

______________________________.

Tirar una moneda costarricense: ______________________________.

Tirar dos monedas costarricenses: ______________________________.

Tirar tres monedas costarricenses: ______________________________.

OPERACIONES CON EVENTOS: UNIÓN, INTERSECCIÓN Y COMPLEMENTO

Las operaciones con eventos son una parte fundamental en la introducción a la teoría de la **probabilidad.** Ofrecen un marco para operar con conjuntos. De la misma forma que podemos operar con otro tipo de elementos, también lo podemos hacer con probabilidades. Ya esto se detallará más adelante. Hoy vamos a conocer las 3 operaciones fundamentales. Sean dos eventos A y B:

UNIÓN DE EVENTOS: La unión de los eventos A y B es el evento formado por todos los elementos de A y B. Se denota $A \cup B$.

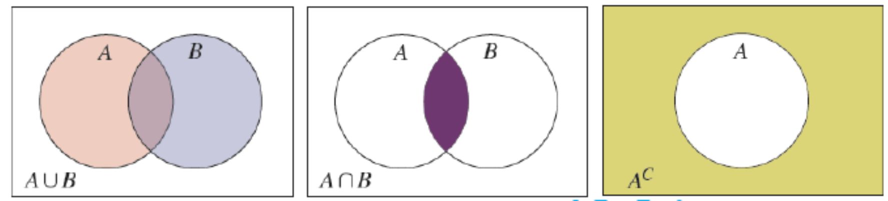
INTERSECCIÓN DE EVENTOS: La intersección de los eventos A y B es el evento formado por todos los elementos que son, a la vez, de A y B. Se denota $A \cap B$.

COMPLEMENTO DE UN EVENTO: El complemento de un evento A contiene los elementos del espacio muestral que NO son miembros de A. Se denota por A^C. Para determinar un complemento, es necesario que tengamos el espacio muestral.

DIAGRAMAS DE VENN: Es un gráfico para representar geométricamente el espacio muestral y las operaciones que involucra eventos. Normalmente se suelen usar rectángulos para representar el espacio muestral y círculos para representar los eventos o sucesos.

A continuación, una representación general de los diagramas de Venn de las tres operaciones que se estudiarán:

UNIÓN **INTERSECCIÓN** **COMPLEMENTO**



EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Si A y B son eventos, entonces decimos que A y B son mutuamente excluyentes (M.E) si $A \cap B$ es vacía. O sea, si entre dos conjuntos no existen "elementos repetidos".

Volvamos a usar los datos de la actividad inicial donde el espacio muestral es $E = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ y los eventos

A: que salgan números pares $\{2,4,6,8,10,12\}$

B: que salgan números mayores que ocho $\{9,10,11,12\}$

Determine $A \cup B$ ____.

Determine $A \cap B$ ____.

Determine A^C ____.

¿Son los eventos A y B mutuamente excluyentes? Justifique su respuesta:

____.

EJEMPLO#1: Se tienen 9 bolitas numeradas del 1 al 9 en una caja, que se distinguen unas de otras únicamente por su numeración. Se definen los siguientes eventos.

Anote formalmente el espacio muestral: ____.
Evento A: Se saca una bolita que tiene número impar ________________________.
Evento B: Se saca una bolita que tiene número primo ________________________.
Evento C: Se saca una bolita que es múltiplo de cuatro ________________________.

Resuelva:

$A \cup B =$ ____________________. $B \cup C =$ ____________________.

$A \cap C =$ ____________________. $A \cap B =$ ____________________.

El complemento de C = _________________.

$B^C =$ _______________.

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento B? ______________________.

¿Cuántos puntos muestrales tiene $A \cup B$? ______________________.

¿Son los eventos B y C mutuamente excluyentes? ______________________________.

¿Son los eventos B y A mutuamente excluyentes? ______________________________.

EJEMPLO#2: Represente con diagramas de Venn las operaciones $A \cup B$, $A \cap B$, B^C, $B \cup C$, $A \cap C$ y C^C del ejemplo anterior.

$A \cup B$ $A \cap B$ B^C

$B \cup C$ $A \cap C$ C^C

EJEMPLO#3: Si lanzamos un dado tradicional de seis caras, considere los siguientes eventos:
K: obtener un número par ____________________.
P: obtener un número primo ____________________.
M: obtener un múltiplo de tres ____________________.

Determine:

$K \cup P =$ _____________. $P \cap M =$ _____________. $M^C =$ _____________.

¿Cuántos puntos muestrales tiene $K \cup M$? _______________.

¿Son K y M mutuamente excluyentes? ____.

EJEMPLO#4: El siguiente cuadro presenta 107 sismos que fueron reportados por el Observatorio Vulcanológico y Sismológico de la Universidad Nacional (OVSICORI) en el último año, de acuerdo con la región del país donde se detectó el epicentro:

REGIÓN	Magnitud: Escala de Richter		TOTAL
	Menos de 4	4 o más	
Central	27	7	34
Huetar Norte	3	1	4
Huetar Atlántica	2	1	3
Brunca	13	22	35
Chorotega	13	10	23
Pacífica	2	6	8
TOTAL	**60**	**47**	**107**

Tomado de OVSICORI-UNA

Si un investigador elige aleatoriamente uno de estos sismos se definen los siguientes eventos:
A: que el sismo escogido haya tenido epicentro en la región Brunca.
B: que el sismo haya tenido una magnitud de cuatro o más en la escala de Richter.
Determine el número de sismos que incluye cada uno de los siguientes eventos, y represéntelos en diagrama de Venn.

a)¿Cuántos sismos incluye el evento $A \cup B$? ____________________________.
b)¿Cuántos sismos incluye el evento $A \cap B$? ____________________________.
c)¿Cuántos sismos incluye el evento A^C? ____________________________.
d)¿Cuántos sismos incluye el evento B^C? ____________________________.

$A \cup B$ $A \cap B$ A^C

ACTIVIDAD #1: Responde lo que se solicita en cada caso.

1)Una caja contiene 7 bolas enumeradas del 5 al 11, anote:

Su espacio muestral: ______________________________.

Considere los siguientes eventos:

A : sacar una bolita que contiene números pares: ______________.

B : sacar una bolita que contiene números múltiplos de cinco: ______________.

C : sacar una bolita que contiene números menores que nueve: ______________.

D : sacar una bolita que contiene números impares: ______________.

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento B? _______.

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento D? _______.

¿Cuál es el resultado de $A \cup B$? ______________________.

¿Cuál es el resultado de $C \cap D$? ______________________.

¿Cuál es el complemento de C? ______________________.

¿Son A y D mutuamente excluyentes? ______________________________.

¿Son B y C mutuamente excluyentes? ______________________________.

2)Considere el espacio muestral E dado por E={8,10,11,13,14,15,16,18,19,20,21}

Considere los siguientes eventos:

Evento M : corresponde a números pares ____________________.

Evento K : corresponde a números primos ____________________.

Evento D : corresponde a números mayores o iguales que 16 ____________________.

Evento J = corresponde a números múltiplos de 4 ____________________.

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento M? _______.

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento K? _______.

¿Cuál es el resultado de $M \cup D$? ______________________.

¿Cuál es el resultado de $K \cap J$? ______________________.

¿Cuál es el complemento de K? ______________________.

¿Son K y J mutuamente excluyentes? ______________________________.

¿Son K y D mutuamente excluyentes? ______________________________.

3)Para el experimento **TIRAR DOS MONEDAS COSTARRICENSES** al mismo tiempo. Donde "e" es escudo y "c" es corona.

Anote su **ESPACIO MUESTRAL** ______________________________.

Ahora, los resultados de los siguientes eventos

Evento N = Que salgan caras repetidas ________________________.

Evento K = Que salga al menos una corona ________________________.

Resuelva $N \cup K$ = ____.

Resuelva $N \cap K$ = ____.

Resuelva N^C = ____.

¿Son N y K mutuamente excluyentes? ______________________________.

4)Se anota la edad de los estudiantes de un grupo del curso de contabilidad, siendo ese el espacio muestral $E = \{18,19,22,24,25,28,29,31,33\}$, y se definen dos eventos:

P: donde las edades sean números primos ______________________.

M: donde las edades sean múltiplos de tres ______________________.

Represente con diagramas de Venn las siguientes operaciones y anote el conjunto que representa su resultado

$P \cup M$	$P \cap M$	M^C
R/__________________	R/__________________	R/__________________

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento M? __________.

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $P \cap M$? __________.

¿Son P y M mutuamente excluyentes? ______________________________________.

5)Considere el siguiente Diagrama de Venn, y analice las siguientes proposiciones para indicar si lo que se dice es falso (F) o verdadero (V).

a)El espacio muestral corresponde a $E=\{7,8,9,10,11,13,14,16\}$ (   )

b) Es correcto que $B=\{1,3,5,15\}$ (   )

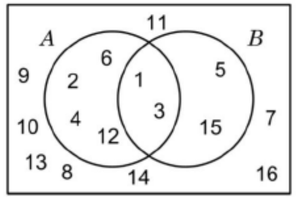
c) Es correcto que $A=\{2,4,6,12\}$ (   )

d) El evento A tiene seis puntos muestrales (   )

e) A y B son mutuamente excluyentes (   )

f)El complemento de B corresponde a $\{2,4,6,7,8,9,10,11,12,13,14,16\}$ (   )

g) El evento $A \cap B$ tiene dos puntos muestrales (   )



6)El grupo 10-5 debía inscribirse en alguno de los dos deportes propuestos para la clase de Educación Física:

DEPORTE	Mujeres	Hombres	Total
Voleibol	10	6	16
Basquetbol	7	7	14
Total	**17**	**13**	**30**

Para unas pruebas iniciales, se definen los siguientes eventos:

A: elegir a una persona que se haya inscrito el voleibol

B: elegir a una persona que sea mujer

C: elegir a una persona que se haya inscrito en basquetbol

<u>De acuerdo con lo anterior, responda las siguientes preguntas:</u>

¿Cuántos estudiantes representa el evento A? ________.

¿Cuántos estudiantes representa el evento B? ________.

¿Cuántos estudiantes representa el evento $A \cup B$? ________.

¿Cuántos estudiantes representa el evento $B \cap C$? ________.

¿Cuántos estudiantes representa el complemento de B? ________.

¿Son A y B mutuamente excluyentes? ______________________________.

¿Son B y C mutuamente excluyentes? ______________________________.

Represente en un diagrama de Venn las siguientes operaciones:

$A \cup B$ $\qquad$ $A \cap B$ $\qquad$ A^c

7) El administrador de un taller mecánico contabilizó el ingreso de los automóviles con problemas eléctricos, mecánicos y de llantas del último fin de semana. Los datos se resumen en el siguiente cuadro:

	Mecánica	Electricidad	Llantas	Total
Mañanas	5	4	8	17
Tardes	3	2	3	8
Total	8	6	11	**25**

Si un automóvil que se encuentre en el taller ese fin de semana es elegido al azar, se definen los siguientes eventos:

A: que el auto elegido tenga problemas de llantas

B: que el auto elegido haya ingresado en la mañana

<u>Ahora, conteste las siguientes preguntas:</u>

¿Cuántos automóviles están incluidos en el evento B? __________.

¿Cuántos automóviles están incluidos en el evento $A \cup B$? __________.

¿Cuántos automóviles están incluidos en el evento $A \cap B$? __________.

¿Cuántos automóviles están incluidos en el evento B^c? __________.

¿Son A y B mutuamente excluyentes? ______________________________.

Represente en un diagrama de Venn las operaciones realizadas anteriormente:

$A \cup B$ $\qquad$ $A \cap B$ $\qquad$ B^c

TRABAJO COTIDIANO – Eventos: unión, intersección y complemento.	**Valoración**
Describe relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión, intersección y complemento.	
Representa mediante diagramas de Venn las operaciones entre eventos.	
Reconoce eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Para responder los ítems 1, 2 y 3 lea con atención:

El espacio muestral E está dado por E={3,5,6,7,9,10,12,13,18,20,21,22,26,30}, Donde cada uno de sus elementos corresponde a los puntos muestrales de un experimento aleatorio. Para este espacio se definen los siguientes eventos:

A: obtener un número impar.
B: obtener un número primo.
C: obtener un número par menor que 20.

1)Considere las siguientes proposiciones:

I. El complemento del evento A con respecto a E está constituido por 9 elementos.
II. El evento $A \cup B$ tiene 6 puntos muestrales.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

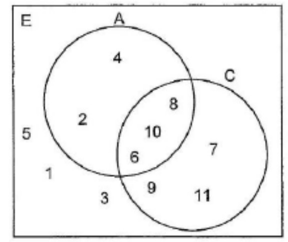
2)¿Cuántos puntos muestrales tiene $B \cap C$?
A) 0 B) 2
C) 4 D) 8

3)¿Cuál es el resultado de resolver B^c?
A) {3,5,7,13},
B) {3,5,7,9,13,21},
C) {18,20,21,22,26,30},
D) {6,9,10,12,18,20,21,22,26,30},

4)Considere el experimento de escoger un número natural del uno al doce. Si el evento A es que el número escogido sea impar y el evento B es que el número escogido sea múltiplo de cuatro:
De acuerdo con la información anterior, ¿entonces se cumple con certeza?
A) $A \cap B = \{\ \}$
B) $A \cup B = \{4,8,12\}$
C) $A \cap B = \{1,3,5,7,9,11\}$
D) $A \cup B = \{2,4,6,8,10,12\}$

Considere la siguiente información para responder los ejercicios **5, 6 y 7:**

Sea el espacio muestral E dado por E={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11} el cual corresponde a los puntos muestrales de un experimento. para este espacio muestral se definen los siguientes eventos aleatorios:
A: obtener un número divisible por 2
B: obtener un número divisible por 3
C: obtener un número mayor o igual que 6



Además, se facilita un diagrama que relaciona los eventos A y C (si lo considera necesario represente el evento B en dicho diagrama).

5)Considere las siguientes proposiciones:
I. El complemento de C con respecto a E corresponde a C^C={1,3,5}
II. El evento B está compuesto por dos puntos muestrales.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

6)Considere las siguientes proposiciones:
I. $A \cup B = \{2,3,4,6,8,9,10\}$
II. $A \cap C$ posee tres puntos muestrales.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

7)Considere las siguientes proposiciones:
I. El evento C posee seis puntos muestrales.
II. Los eventos B y C son mutuamente excluyentes.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

Para contestar los ítems **8, 9 y 10** considere la siguiente información referente a un grupo de personas:

Estado civil de un grupo de personas según sexo

Sexo/estado civil	Casado(a)	Soltero(a)	Divorciado(a)	Total
Mujer	13	9	11	33
Hombre	6	8	12	26
Total	19	17	23	59

Para un estudio, se definen los siguiente eventos:

A: elegir una persona que sea divorciado(a)

B: elegir a un hombre soltero

C: elegir una mujer casada

8)De acuerdo con la información anterior, ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento B?

A) 6

B) 8

C) 12

D) 26

9)Considere las siguientes proposiciones

I. Los eventos A y B son mutuamente excluyentes.

II. Los eventos B y C son mutuamente excluyentes.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

10)De acuerdo con la información anterior, ¿Cuántos puntos muestrales tiene la operación $B \cup C$?

A) 0

B) 8

C) 13

D) 21

Para responder los ítems **11, 12 y 13** considere el espacio muestral E dado por E={8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21} y los siguientes eventos:

Evento A: obtener al azar de E un número divisible por 3.

Evento B: obtener al azar de E un número par mayor que 11.

Evento C: obtener al azar de E un número impar menor que 18.

11)Considere las siguientes proposiciones

I. El evento A tiene 5 puntos muestrales

II. El evento C tiene 6 puntos muestrales

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

12)Considere las siguientes proposiciones

I. Los eventos A y C son mutuamente excluyentes

II. Los eventos B y C son mutuamente excluyentes

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

13)Considere las siguientes proposiciones

I. $A \cap C = \{\ \}$

II. B^C tiene nueve puntos muestrales

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Para responder a los ítems 14, 15 y 16 considere la siguiente información:

En un estudio sobre el tipo de cabello de los estudiantes de una sección de octavo año se obtuvo la siguiente información:

Sexo	Tipo de Cabello		Total
	Rizado	Lacio	
Mujeres	4	8	12
Hombres	3	8	11
Total	7	16	23

Para un estudio se definen los siguientes eventos:
A: elegir a una mujer de cabello lacio
B: elegir a un hombre de cabello rizado
C: elegir a una mujer
D: elegir a una persona de cabello rizado

14)De acuerdo con la información anterior, ¿cuántos puntos muestrales tiene el evento C?
A) 3
B) 8
C) 12
D) 23

15)Determine el número de personas que representa la operación $A \cup B$
A) 7
B) 11
C) 12
D) 16

16)Considere las siguientes proposiciones

I. Los eventos A y B son mutuamente excluyentes.
II. Los eventos C y D son mutuamente excluyentes.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

PROBABILIDADES

HABILIDADES:

- *Deducir mediante situaciones concretas las reglas básicas (axiomas) de las probabilidades.*
- *Deducir las propiedades relacionadas con la probabilidad de la unión y del complemento.*
- *Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.*
- *Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.*

ACTIVIDAD DE INICIO:

Se requiere el lanzamiento de un dado tradicional de 6 caras y se definen algunos eventos concretos:

A)Se desea que salga un número par.

B)Se desea que salga un número mayor que 8.

C)Se desea que salga un número múltiplo de 3.

D)Se desea que salga un valor desde 1 hasta 6.

Piense en qué tan probable es que suceda cada uno de los eventos anteriores y clasifique cada uno como: probable, imposible o seguro.

¿Puede dar un valor para cada evento que represente su probabilidad?

La mayoría de las personas tiene una noción intuitiva de lo que se entiende por probabilidad, aunque no pueda dar una definición. Por ejemplo, se suele decir "*es probable que llueva esta tarde*", dando a entender que se tiene mucha confianza o seguridad de que el evento "llueva esta tarde" sí suceda.

La **probabilidad** es una medida que se utiliza para expresar la posibilidad o la chance de que ocurra un evento particular.

En matemáticas, se representa como un número entre 0 y 1, donde 0 significa que el evento es imposible de ocurrir, 1 significa que el evento es seguro de ocurrir o valores intermedios representarán que apenas es probable.
En términos más simples, la probabilidad es una forma de cuantificar cuán probable es que algo suceda. Por ejemplo, si lanzas una moneda costarricense, la probabilidad de que caiga "escudo" es de 0,50 o 50%, lo que significa que tienes la misma probabilidad de que caiga "corona".
La probabilidad se utiliza en una amplia variedad de contextos, desde juegos de azar hasta estadísticas y ciencias naturales, para ayudarnos a tomar decisiones informadas basadas en el grado de incertidumbre en un evento futuro.

CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Es el conjunto de posibilidades de que un evento ocurra o no en un momento y tiempo determinado. Dichos eventos pueden ser medibles a través de una escala de 0 a 1, donde el evento que no pueda ocurrir tiene una probabilidad de 0 (evento imposible) y un evento que ocurra con certeza es de 1 (evento seguro).

Para calcular la probabilidad de que ocurra un evento, aplicamos:

$$P(\mathrm{A}) = \frac{numero\ de\ resultados\ favorables}{numero\ total\ de\ posibles\ resultados}$$

Donde A representa el evento y P(A) la probabilidad que suceda A.

Es importante tener claro el espacio muestral del experimento para saber el número total de posibles resultados. El espacio muestral debe ser un <u>conjunto finito</u> y todos los posibles resultados que se pueden dar, deben ser igualmente probables de ocurrir.

<u>**EJEMPLO#1:** Calcule las probabilidades se las situaciones presentadas a continuación.</u>

1)Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un DOS?	2)Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un número impar?
3)Si tiramos una moneda al aire, ¿Cuál es la probabilidad que salga escudo?	4)Si tiramos DOS monedas al aire (escudo/corona), ¿Cuál es la probabilidad que salga alguna corona?
5)Tengo una canasta con 5 bolas de colores (negra, blanca, verde, azul y roja). Si saco una bola al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que salga blanca?	6)Tengo una canasta con 3 bolas, una negra, otra blanca y otra azul. Si saco una bola al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que salga blanca y negra?

7) Hay una canasta con 6 bolas verdes, 3 bolas azules y 8 bolas rojas. Si quiero sacar una al azar, calcule la probabilidad de:

a) Sacar una bola roja.	b) Sacar una bola azul o roja.
c) Sacar cualquiera menos roja.	d) Sacar una bola que sea verde y azul.

Ejercicios 1 a 6

Ejercicio 7

EJEMPLO#2: Ricardo toma una baraja y selecciona: 7 cartas de Espadas, 8 cartas de Corazones, 3 cartas de Rombos y 2 cartas de Tréboles. Si se toma al azar una carta de las seleccionadas por Ricardo, se definen los siguientes eventos:

A: La carta elegida sea una de espadas.
B: La carta elegida sea de corazones.
C: La carta elegida sea de rombos.
D: La carta elegida sea de tréboles.
E: La carta elegida sea de cruz.

Calcule las siguientes probabilidades:

P(A) = P(B) =

P(C) = P(D) =

P(E) =

ACTIVIDAD#1: Calcule la probabilidad para cada una de las siguientes situaciones

1)Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un tres o un cinco?	2)Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un número par?
3)Si tiramos una moneda al aire, ¿Cuál es la probabilidad que salga escudo?	4)Tengo una canasta con 3 bolas, una negra, otra blanca y otra azul. Si saco una bola ¿Cuál es la probabilidad de que salga blanca?
5)Mi familia hace una rifa, donde se venden los números de 00 al 99, Determine la probabilidad de ganar si compro solo múltiplos de 15.	6)Tengo una canasta con 3 bolas, una negra, otra blanca y otra azul. Si saco una bola ¿Cuál es la probabilidad de que salga blanca o negra?
7)Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un múltiplo de 3?	8)Si tiramos un dado tradicional de seis caras, ¿Cuál es la probabilidad que salga un número mayor que 1?

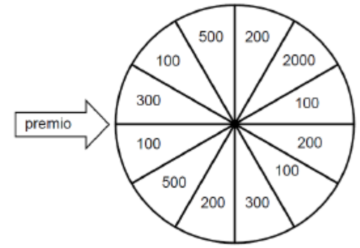
9) Hay una canasta con 7 bolas de colores (azul, negra, roja, verde, blanca, amarilla, café), si quiero sacar una al azar, calcule la probabilidad de:

a)Sacar una bola verde.	b)Sacar una bola negra o blanca.
c)Sacar cualquiera menos la azul.	d)Sacar una bola verde, blanca o negra.

10) Hay una canasta con 5 bolas rojas, 3 bolas negras, 4 bolas blancas y 7 bolas azules. Si quiero sacar una al azar, calcule la probabilidad de:

a)Sacar una bola roja.	b)Sacar una bola negra o blanca.
c)Sacar cualquier bola menos la de color azul.	d)Sacar una bola que sea roja y negra.

ACTIVIDAD #2: La siguiente figura representa una tómbola de un programa televisivo de concursos y cada cantidad corresponde a un premio de dinero en efectivo en dólares. El participante hace girar la tómbola y gana el premio de la casilla señalada por la flecha. Todas las casillas tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas.



a)¿Cuál es la probabilidad de ganar el premio de $2000?

b)¿Cuál es la probabilidad de ganar el premio de $100?

c)¿Cuál es la probabilidad de ganar un premio de $300 o más?

ACTIVIDAD #3: Jorge es amante de los videojuegos y tiene una colección retro de la consola noventera Super Nintendo que consta de: 28 juegos de plataforma, 12 juegos de deporte, 14 juegos RPG y 8 juegos de peleas.

Cada fin de semana elige al azar uno de estos videojuegos para completarlo, por lo que echa en una bolsa los 62 papelitos con el nombre de cada videojuego y así sacar uno al azar:

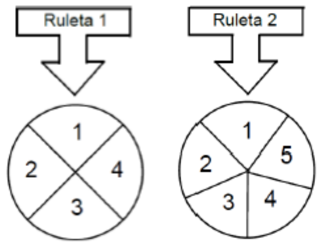
a)¿Cuál es la probabilidad de elegir un juego de deporte?

b)¿Cuál es la probabilidad de elegir un juego RPG?

c)¿Cuál es la probabilidad de elegir un juego de simulación?

d)¿Cuál es la probabilidad de elegir un juego peleas o plataforma?

ACTIVIDAD #4: Un juego consiste en hacer girar una vez y simultáneamente dos ruletas, cada uno de los números escritos tiene la misma posibilidad de ser señalados por una flecha, según cada una de las ruletas. Además, la flecha de cada ruleta indicará siempre un número. Las ruletas se muestran a continuación:



a)¿En cuál ruleta es más probable obtener un tres?	b)¿En cuál ruleta es más probable obtener un número impar?
c)¿En cuál ruleta es más probable obtener un múltiplo de 2?	d)¿En cuál ruleta es menos probable obtener un número primo?

ACTIVIDAD #5: Considere la siguiente información sobre tres cajas con balones diferenciables sólo por su color. Si se elige un balón al azar.

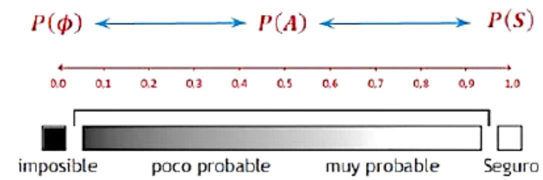
Caja #1	Caja #2	Caja #3
4 rojos 3 azules 2 blancos	6 rojos 5 azules 2 blancos	7 rojos 2 azules 2 blancos

a)¿En cuál caja existe la mayor probabilidad de sacar un balón blanco?	b)¿ En cuál caja existe la menor probabilidad de sacar un balón rojo?
c)¿ En cuál caja existe la mayor probabilidad de sacar un balón azul o rojo?	d)¿En cuál caja existe la menor probabilidad de sacar un balón azul o blanco?

REGLAS BÁSICAS DE LAS PROBABILIDADES

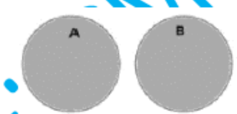
Las reglas básicas o axiomas de la teoría de la probabilidad son un conjunto de principios fundamentales que rigen el cálculo y la interpretación de probabilidades.

1) La probabilidad es positiva y menor o igual que 1. Es decir $0 \le P(A) \le 1$.
2) La probabilidad de un evento seguro es 1. Es decir $P(S) = 1$.
3) La probabilidad de un evento imposible es 0. Es decir $P(\varnothing) = 0$.

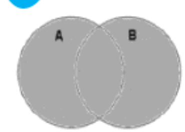


PROPIEDADES DE LAS PROBABILIDADES

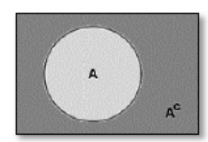
4) Si A y B son mutuamente excluyentes, es decir $A \cap B = \varnothing$ entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.



5) Si A y B NO son mutuamente excluyentes, es decir $A \cap B \neq \varnothing$ entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.



6) La suma de las probabilidades de un evento y su complemento es 1, por lo tanto, la probabilidad del complemento es $P(A^C) = 1 - P(A)$



EJEMPLO#1: Se tiene una cesta con bolas numeradas del 13 al 24 que se distinguen únicamente por su numeración. Se definen los siguientes eventos:

Evento A: la bola extraída tiene un número par
Evento B: la bola extraída tiene un número primo
Evento C: la bola extraída tiene un número mayor o igual que 20

Si se extrae una bola al azar:

a)Calcule $P(A)$	b)Calcule $P(B)$
c)Calcule $P(A \cup B)$	d) Calcule $P(A \cup C)$
e) Calcule $P(A \cap C)$	f)Calcule $P(B \cap C)$
g) Calcule $P(A^c)$	h)Calcule $P(B^c)$

EJEMPLO#2: Se sortea un viaje a México entre 90 personas. El detalle de estas se presenta en el siguiente cuadro:

Estado Civil	Hombre	Mujer	Total
Soltero	12	16	28
Casado	30	32	62
Total	**42**	**48**	**90**

a)¿Cuál es la probabilidad que le toque el viaje una persona soltera?	b) Si la persona afortunada se sabe que es mujer, ¿Cuál es la probabilidad que sea soltera?
c) Si la persona afortunada se sabe que es casada, ¿Cuál es la probabilidad que sea hombre?	d)¿Cuál es la probabilidad que le toque el viaje a una mujer soltera?
e)¿Cuál es la probabilidad que le toque el viaje a una mujer o un hombre soltero?	f)¿Cuál es la probabilidad que le toque el viaje a una mujer o una persona casada?

EJEMPLO#3: Becas otorgadas a una muestra aleatoria de 200 estudiantes, según sexo:

Tipo de beca	Hombre	Mujer	Total
Beca 1	10	30	40
Beca 2	60	62	122
Beca 3	20	18	38
Total	**90**	**110**	**200**

Si del total de estudiantes con beca se selecciona en forma aleatoria a uno de ellos, entonces:

1)Calcule la probabilidad que el estudiante elegido sea mujer	2)Calcule la probabilidad que el estudiante elegido tenga beca 3
3)Calcule la probabilidad que el estudiante elegido tenga beca 1 y sea hombre	4)Calcule la probabilidad que el estudiante elegido sea mujer con beca 2
5)Calcule la probabilidad que el estudiante elegido sea hombre de beca 1 o mujer de beca 2.	6)Calcule la probabilidad que el estudiante sea mujer o tenga beca 3.
7)Calcule la probabilidad que el estudiante elegido tenga beca 1 o sea hombre.	8)Si de los estudiantes con beca 2 se escoge en forma aleatoria a uno de ellos, entonces, ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?
9)Si de los estudiantes con beca 3 se escoge en forma aleatoria a uno de ellos entonces, ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre?	10)Si del total de las mujeres se escoge en forma aleatoria a una de ellas, entonces, ¿Cuál es la probabilidad que tenga beca 1?

ACTIVIDAD#1: Se tienen 9 bolas numeradas del 1 al 9 en una caja, que se distinguen unas de otras únicamente por su numeración. Una de las bolas se extrae en forma aleatoria:
Se definen los eventos A, B, C y D:

***Evento A:** La bola extraída tiene un número par. A= ______________________.

***Evento B:** La bola extraída tienen un número mayor o igual que 6.
B= ______________________.

***Evento C:** La bola extraída tiene un número impar mayor que cinco.
C= ______________________.

***Evento D:** La bola extraída tiene un múltiplo de 3. D= ______________________.

a) Calcule $P(A)$	b) Calcule $P(C)$
c) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento B?	d) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $A \cup B$?
e) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento C^c?	f) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $C \cap D$?
g) Calcule $P(A \cup C)$	h) Calcule $P(A \cup B)$
i) Calcule $P(C \cup D)$	j) Calcule $P(C \cap D)$
k) Calcule $P(A \cap B)$	l) Calcule $P(A \cap C)$
m) Calcule $P(B^c)$	n) Calcule $P(D^c)$

ACTIVIDAD#2: Se desea seleccionar a un estudiante al azar de un grupo de compañeros de un Colegio Nocturno, para ello se les consulta la edad en años cumplidos, siendo los resultados: $\{15, 16, 18, 19, 21, 25, 29, 30, 32, 46, 50\}$. Se echan las edades anotados en papelitos dentro de una caja. Se define los siguientes eventos:
A: la edad corresponde a un número primo
M: la edad corresponde a un valor mayor a 20 años.
Si se desea seleccionar un estudiante al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda el evento A?	b) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda el complemento de A?
c)¿Cuál es la probabilidad que suceda el evento $A \cap P$?	d) ¿Cuál es la probabilidad que suceda el evento $A \cup P$?

ACTIVIDAD#3: Considere la siguiente información relacionada con el color favorito de un grupo de personas:

COLOR FAVORITO			
SEXO	**Azul**	**Rojo**	**Verde**
Hombres	5	7	4
Mujeres	7	7	10
Total	**12**	**14**	**14**

Si se selecciona una persona al azar, entonces:

a)¿Cuál es la probabilidad de que el color favorito sea rojo?	b)¿Cuál es la probabilidad de elegir a una mujer o un hombre cuyo color favorito sea azul?
c)¿Cuál es la probabilidad de elegir a una mujer o que el color favorito sea verde?	d) ¿Cuál es la probabilidad de elegir a un hombre cuyo color favorito sea rojo?

ProfeSergioCM 60147147

ACTIVIDAD#4: A continuación, se presenta la información de 26 estudiantes distribuidos en hombres y mujeres, que estudian tanto artes como educación ambiental. Se quiere elegir una persona al azar respecto al total:

TALLER EXPLORATORIO SELECCIONADO			
Estudiante	**Artes**	**Educación Ambiental**	**Total**
Hombres	5	5	10
Mujeres	12	4	16
Total	**17**	**9**	**26**

a) ¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea mujer?	b) ¿Cuál es la probabilidad que la persona elegida sea mujer de arte o hombre de ambiental?
c)¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea mujer y haya elegido arte?	d)¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea hombre o haya elegido educación ambiental?
e)¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea hombre?	f)¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea hombre y haya elegido educación ambiental?
g)¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea mujer y haya elegido educación ambiental?	h)¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada al azar sea mujer o haya elegido arte?

ACTIVIDAD#5: Se ha recolectado información de accidentes automovilísticos clasificando la información en accidente grave (si alguien murió) o accidente leve (si alguien no murió). También fue posible identificar en cada caso si el conductor estaba bajo los efectos del alcohol justo antes del accidente. La información recolectada se resume en el siguiente cuadro:

Conductor	**Accidente grave**	**Accidente leve**	**Total**
Bebió alcohol	82	50	132
No bebió alcohol	40	36	76
Total	**122**	**86**	**208**

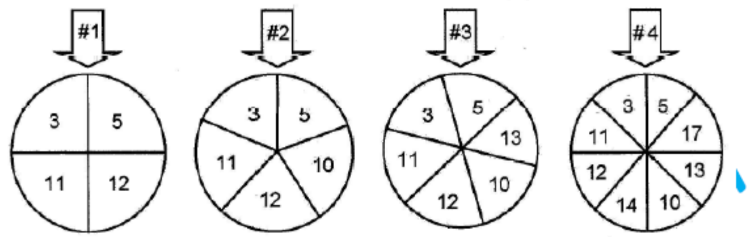
Si se elige al azar la información de uno de los accidentes:

a) Calcule la probabilidad que el accidente elegido sea leve.	b) Calcule la probabilidad que el accidente elegido sea de un conductor que no bebió alcohol.
c) Calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea grave y el conductor haya bebido alcohol.	d) Calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea grave o el conductor haya bebido alcohol.
e) Calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea leve y el conductor no haya bebido alcohol.	f) Calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea leve o el conductor haya bebido alcohol.
g)Entre los accidentes leves, calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea de un conductor que no haya bebido alcohol.	h)Entre los conductores que bebieron alcohol, calcule la probabilidad de que el accidente ocurrido sea grave.

TRABAJO COTIDIANO – Probabilidades	**Valoración**
Aplica los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.	
Utiliza probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Para responder los ítems **1, 2 y 3** considere las siguientes cuatro ruletas:



Suponga que al hacer girar cualquier ruleta cada uno de sus números tiene la misma probabilidad de obtenerse, la flecha siempre señala un espacio con un número en él y cada ruleta se hace girar una sola vez.

1)Si desea tener la mayor probabilidad de obtener un número primo entonces se debe girar la ruleta número ____.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

2)Si desea tener la mayor probabilidad de obtener un número par, entonces, se debe girar la ruleta número ____.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

3)"La probabilidad de obtener un tres, es $\frac{1}{6}$". Lo anterior es posible en la ruleta número _____.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

Para responder los ítems 4, 5 y 6 considere la siguiente información:

En un concurso, hay cuatro urnas que contienen bolas diferenciables solo por el número inscrito en ellas. El concurso consiste en que el presentador solicita un número con ciertas características. El participante debe elegir una de las urnas, meter la mano y sacar una bola al azar. Si el número inscrito en la bola cumple con lo solicitado por el presentador, entonces, el participante gana un premio.

La urna # 1 contiene 5 bolas enumeradas del 3 al 7.
La urna # 2 contiene 7 bolas enumeradas del 1 al 7.
La urna # 3 contiene 6 bolas enumeradas del 5 al 10.
La urna # 4 contiene 5 bolas enumeradas del 6 al 10.

4) Con base en la información dada, si el presentador solicita un número impar, entonces, la urna que debe elegir el participante para tener mayor probabilidad de ganar corresponde a la #___.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

5) Con base en la información dada, si el presentador solicita un número par, entonces, la urna que debe elegir el participante para tener mayor probabilidad de ganar corresponde a la #___.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

6) Según la información dada, si el presentador solicita un número divisible por 5, entonces, la urna que debe elegir el participante para tener mayor probabilidad de ganar corresponde a la # _____.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

Para contestar los ítems 7 y 8 considere la siguiente información sobre eventos aleatorios:
Se tienen dos dados con diferente cantidad de caras. En cada uno de los dados todas sus caras tienen igual probabilidad de obtenerse:
Dado A: *tiene seis caras numeradas del 1 al 6 (un número diferente en cada cara).*
Dado B: *tiene doce caras numeradas del 1 al 12 (un número diferente en cada cara).*

7) Considere las siguientes proposiciones:
I. Si se desea contar con la mayor probabilidad de obtener un número menor que 4, entonces, se debe elegir el dado A.
II. Si se desea contar con la mayor probabilidad de obtener un número mayor que 4, entonces, se debe elegir el dado B.
De ellas son verdaderas
A) ambas B) ninguna
C) solo la I D) solo la II

8) Considere las siguientes proposiciones:
I. Si se desea tener la mayor probabilidad de obtener un número mayor que 3 y menor que 9, entonces, se debe elegir el dado B.
II. Para obtener un número par es indiferente el dado que se elija pues en ambos se tiene la misma probabilidad de lograrse.
De ellas son verdaderas
A) ambas B) ninguna
C) solo la I D) solo la II

Para responder los ítems 9 y 10 considere la siguiente información:
En cuatro frascos, hay cierta cantidad de dulces que sean diferenciables solo por su sabor especificado en la etiqueta, a saber:

Sabores	Menta	Naranja	Tutifruti	Total
Frasco #1	4	6	9	19
Frasco #2	7	5	4	16
Frasco #3	3	4	4	11
Frasco #4	3	9	3	15

9) Para tener la menor probabilidad de extraer al azar un dulce de sabor tutifruti o menta, se debe elegir el frasco # ____.
A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

10) Para tener la mayor probabilidad de extraer al azar un dulce de menta o naranja, se debe elegir el frasco # ____.
A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

Para responder los ítems **11, 12 y 13** considere la siguiente información

En un estudio relacionado con la lateralidad de los estudiantes de un centro educativo, se obtuvieron los siguientes datos:

Sexo/Lateralidad	Izquierdo(a)	Derecho(a)	Total
Mujeres	2	18	20
Hombres	3	30	33
Total	5	48	53

11)Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer sin importar su lateralidad?
A) $\frac{2}{53}$
B) $\frac{18}{53}$
C) $\frac{20}{53}$
D) $\frac{53}{53}$

12)Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer de lateralidad izquierda o un hombre de lateralidad derecha?
A) $\frac{21}{53}$
B) $\frac{25}{53}$
C) $\frac{32}{53}$
D) $\frac{35}{53}$

13)Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea un hombre de lateralidad izquierda o una mujer sin importar la lateralidad?
A) $\frac{22}{53}$
B) $\frac{23}{53}$
C) $\frac{36}{53}$
D) $\frac{38}{53}$

Para responder los ítems **14 y 15**, considere la siguiente información, que es un resumen sobre el índice de masa corporal (IMC) de los estudiantes de 4 grupos de undécimo año:

IMC / Grupo	Normal		Alto		Bajo	
	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
11 – 1	8	3	4	6	1	5
11 – 2	6	3	7	4	2	6
11 – 3	6	4	8	1	5	4
11 – 4	8	2	7	5	1	5
Total	28	12	26	16	9	20

14)Para obtener la mayor probabilidad de extraer al azar un hombre con IMC bajo o una mujer con un IMC alto se debe elegir el grupo

A) 11-1B) 11-2

C) 11-3 D) 11-4

15)Para obtener la mayor probabilidad de extraer al azar un hombre o una mujer ambos con IMC normal se debe elegir el grupo

A) 11-1B) 11-2

C) 11-3 D) 11-4

Para responder los ítems **16 y 17** considere la siguiente información referida a cuatro bolsas que contienen bolas solo diferenciables por su color:

Bolsa	Bolas Blancas	Bolas Azules	Bolas Verdes
1	2	4	3
2	3	5	4
3	3	8	6
4	3	2	2

16) Para obtener la mayor probabilidad de extraer al azar, una bola azul, se debe elegir la bolsa _____.

A) 1 B) 2

C) 3 D) 4

17) Para obtener la mayor probabilidad de extraer al azar, una bola blanca o azul, se debe elegir la bolsa _____.

A) 1 B) 2

C) 3 D) 4