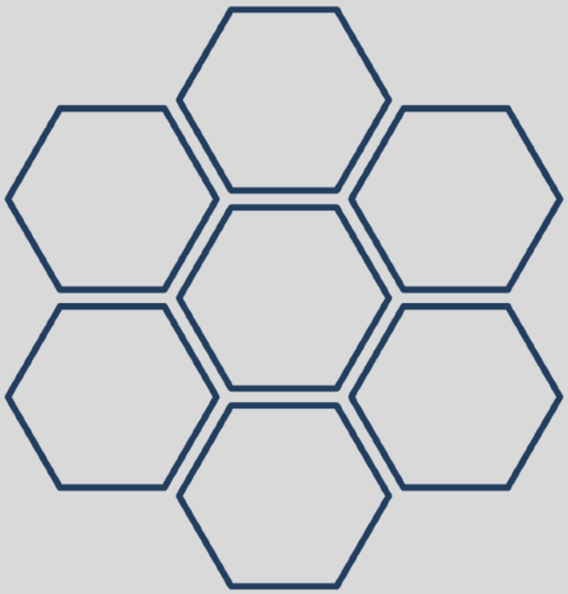
EDITORIAL PROYECTOS QR

GEOMETRíA 10

www.profesergiocm.com



NOMBRE: ________________________________ GRUPO: ________

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

GEOMETRÍA 10º

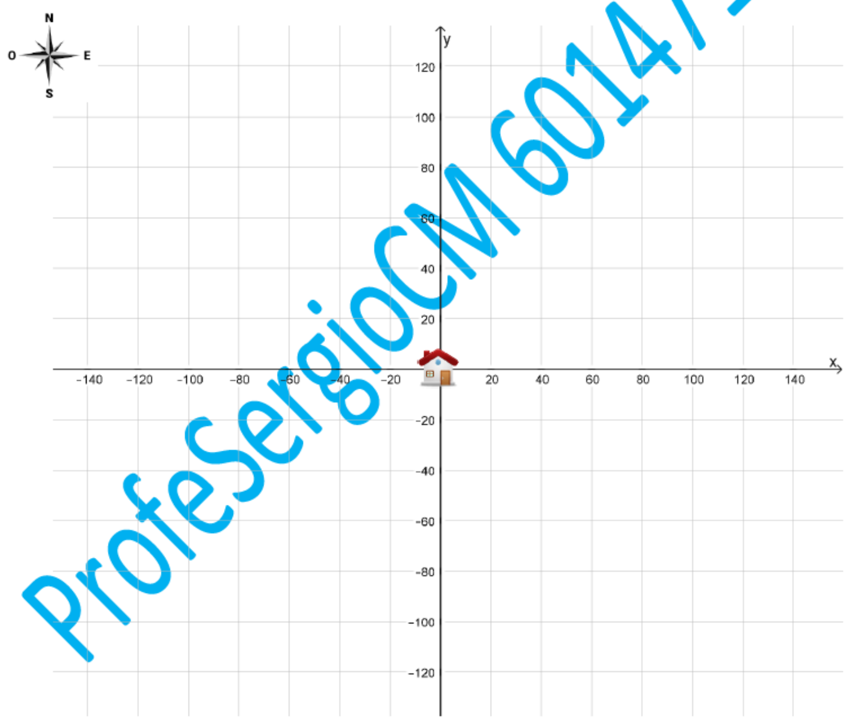
CIRCUNFERENCIA

HABILIDADES:

- *Representar gráficamente una circunferencia dado su centro y su radio.*
- *Representar algebraicamente una circunferencia dado su centro y su radio*

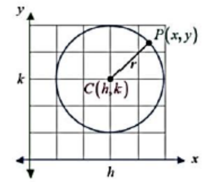
ACTIVIDAD DE INICIO:

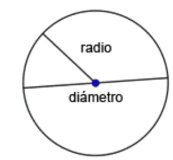
Carlos decide probar una sirena de emergencia que tiene su reloj inteligente para confirmar su alcance. Se desplazó 20 metros al este y 40 al sur de su casa (punto de origen) siendo esa su nueva ubicación. Según el fabricante, la sirena tiene un alcance de apenas 60 metros. ¿Puede representar la situación descrita en el plano cartesiano?



CIRCUNFERENCIA EN EL PLANO: CENTRO Y RADIO

Se le llama circunferencia al lugar geométrico de los puntos P(x,y) de un plano que equidistan de un punto fijo llamado centro C(h,k). A la distancia de cualquier punto de la circunferencia al centro se denomina radio "r". Cuando se trabaja con radio, no se debe descartar que aparezca el diámetro. Recordemos que un diámetro es el segmento de recta que pasa por el centro, por lo tanto, un diámetro equivale a la medida de dos radios.



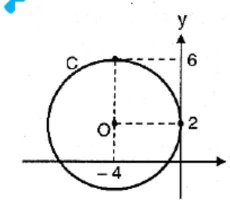


A continuación, se presenta una circunferencia de centro O en el plano cartesiano:

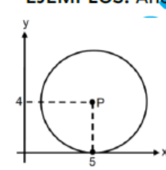
a)¿Cuál es la medida del radio de la circunferencia?

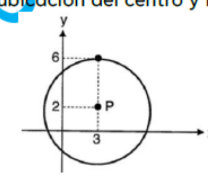
b)¿Cuál es la medida del diámetro de la circunferencia?

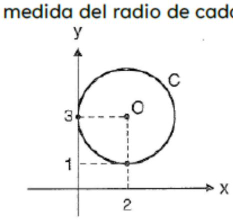
c)¿Cuál es el par ordenado que me indica la ubicación del centro de la circunferencia?



EJEMPLOS: Anote la ubicación del centro y la medida del radio de cada circunferencia.



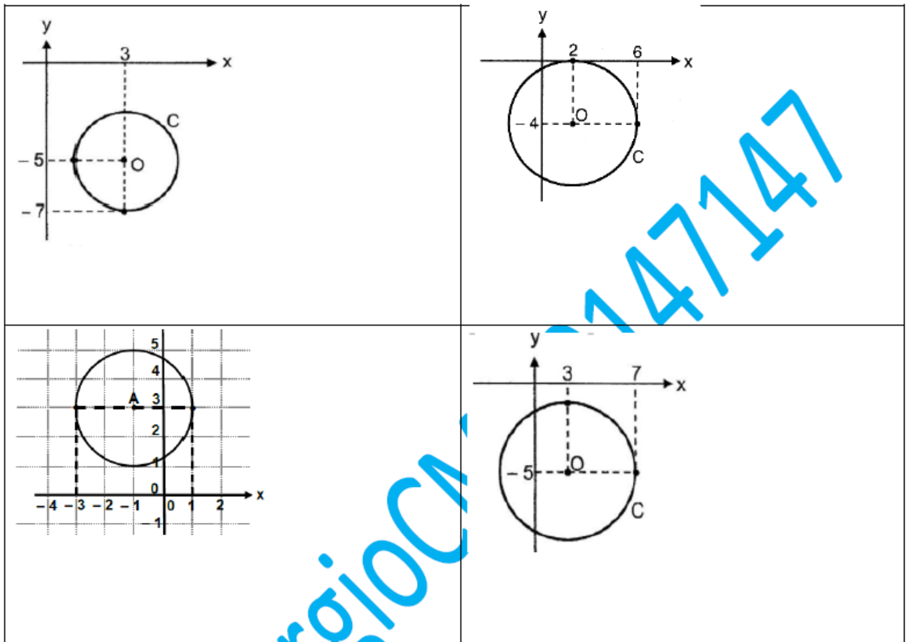




C: ________.　　C: ________.　　C: ________.

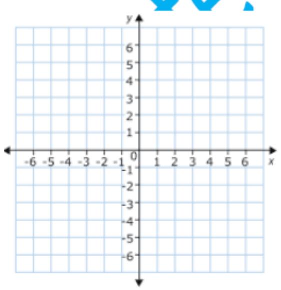
Radio: _____.　　Radio: _____.　　Radio: _____.

ACTIVIDAD #1: Anote la ubicación del centro y medida del radio de cada una de las siguientes circunferencias representadas en el plano.

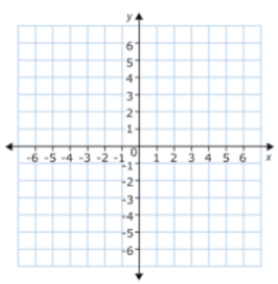


ACTIVIDAD #2: Represente gráficamente las siguientes circunferencias dado su centro y radio.

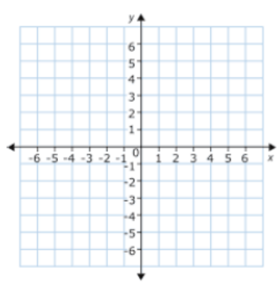
A)Sea C(2,1) y radio = 4



B)Sea C(0,2) y radio = 3



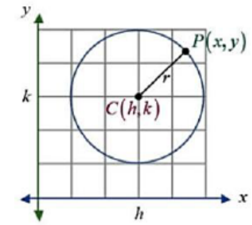
C)Sea C(-1,4) y radio = 1



REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA DE UNA CIRCUNFERENCIA

En geometría analítica, la gráfica de una circunferencia con centro C(h,k) y radio "r" se puede expresar algebraicamente mediante una ecuación estándar de la forma $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

Nota: también es común representar el centro como (a,b), siendo su ecuación $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

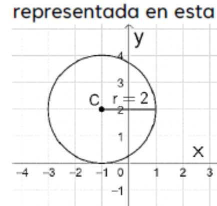


Cuando tenemos centro y radio, y queremos obtener la ecuación de la circunferencia, se procede a sustituir los valores de (h,k) en la expresión y el radio se eleva al cuadrado.

Cuando tenemos la ecuación de la circunferencia, el centro se obtiene "cambiando de signo" a los valores "h y k", y el radio calculando la raíz cuadrada del valor "r²".

1)¿Cuál es la ecuación de la circunferencia si su centro se ubica en (4,-2) y tiene un radio de medida 8?

2)¿Cuál es la ecuación de la circunferencia representada en esta gráfica?



3)Si el centro de una circunferencia se ubica en $(-4,0)$ y su radio mide 7, ¿Cuál es su ecuación?

4)¿Cuál es la ubicación de centro y la medida del radio de una circunferencia que se representa algebraicamente cómo $(x+5)^2+(y-1)^2=49$?

5)Si la ecuación de una circunferencia es $(x-5)^2+(y+2)^2=16$, ¿Cuánto mide el radio y cuál es la ubicación de su centro?

6)Si la ecuación de una circunferencia es $x^2+(y-10)^2=121$, ¿Cuánto mide el diámetro y cuál es la ubicación de su centro?

ACTIVIDAD #3: Represente algebraicamente las siguientes circunferencias dado su centro "C" y su radio "r".

a)Si su centro se ubica en (2,1) y su radio mide 3 R/ ____________________.

b)Si su centro se ubica en (-2,4) y su radio mide 6 R/ ____________________.

c)Si su centro se ubica en (-5,-6) y su radio mide 12 R/ ____________________.

d)Si su centro se ubica en (0,-7) y su diámetro mide 16 R/ ____________________.

ACTIVIDAD #4: Dada la representación algebraica de una circunferencia, complete en los espacios subrayados lo que se solicita.

a)Una circunferencia que algebraicamente se representa por $x^2+y^2=81$, su centro se ubica en ____________ y su radio mide ____________.

b)Una circunferencia que algebraicamente se representa por $(x-2)^2+(y+9)^2=16$, su centro se ubica en ____________ y su radio mide ____________.

c)Una circunferencia que algebraicamente se representa por $(x+4)^2+(y-3)^2=25$, su centro se ubica en ____________ y su diámetro mide ____________.

d)Una circunferencia que algebraicamente se representa por $(x-7)^2+y^2=121$, su centro se ubica en ____________ y su radio mide ____________.

ACTIVIDAD #5: Resuelva los siguientes problemas contestando con detalle lo que se le solicita.

a)En un reactor nuclear, una fuga radioactiva se produce en un punto a 4 metros al sur y 2 metros al oeste del centro del reactor (O), que es el origen. La radiación es detectable si estás a una distancia igual o menor a 3 metros del punto de fuga. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que representa el área afectada por la radiación?

b)Una antena WiFi se encuentra en el centro de una habitación (O), y emite una señal que cubre cualquier dispositivo que esté a una distancia igual o menor a 10 metros de la antena. Si un dispositivo se encuentra a 6 metros al este y 8 metros al norte del centro de la habitación, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia que describe la cobertura de la señal WiFi?

c)Un faro (F) está ubicado en una isla, y emite destellos de luz que alcanzan cualquier barco en el mar que se encuentre a una distancia igual o menor a 12 millas náuticas del faro. Si un barco está posicionado a 9 millas al norte del faro, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la distancia máxima que alcanza el destello del faro?

d)Un cañón dispara un proyectil que impacta en un punto (P) a 6 metros al sur y 8 metros al este del punto de disparo (D), que es el origen. El proyectil explota al impactar y crea una zona de escombros que se extiende hasta 10 metros desde el punto de impacto. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que delimita el área de escombros?

e)En una granja se va a construir un corral de forma circular de modo que este tenga 14 m de diámetro y su centro se encuentra a 6 m sur y 4 m al este del centro de la granja. ¿Cuál es la ecuación que representa el corral?

f)En el paseo de los turistas Puntarenas, un barco B se ubica a 250 m al oeste y 100 m al norte del faro (punto de origen). el barco posee un radar con un alcance máximo de 400 m. ¿cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la ubicación del barco y el alcance del radar?

TRABAJO COTIDIANO – Circunferencia: Centro y Radio	Valoración
Representa gráficamente una circunferencia dado su centro y radio.	
Determina el valor del centro y radio de una circunferencia dada su representación gráfica.	
Representa algebraicamente una circunferencia dado su centro y radio.	

EJERCICIOS ADICIONALES

SELECCIÓN ÚNICA:

1)¿Cuál es la ecuación de una circunferencia cuyo centro es (–2, 3) y la medida de su radio es 7?

A) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 7$

B) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 7$

C) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 49$

D) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 49$

2)Si el centro de la circunferencia C se ubica en el punto (4,0) y la medida de su diámetro es 8, entonces la ecuación de esa circunferencia corresponde a

A) $(x+4)^2 + y^2 = 4$

B) $(x+4)^2 + y^2 = 8$

C) $(x-4)^2 + y^2 = 16$

D) $(x-4)^2 + y^2 = 64$

3) Si el centro de la circunferencia C se ubica en el punto (-1, 4) y la medida de su radio es 3, entonces la ecuación de esa circunferencia corresponde a

A) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 9$

B) $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 9$

C) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 6$

D) $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 6$

4)Si los puntos de una circunferencia C equidistan del punto (-4,-7) y la medida de su diámetro es 10, entonces la ecuación de C es

A) $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 25$

B) $(x+4)^2 + (y+7)^2 = 25$

C) $(x+4)^2 + (y+7)^2 = 100$

D) $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 100$

Considere la siguiente información para responder los ítems 5 y 6:

La medida del diámetro de una circunferencia es 8 y su centro es el punto P(2,3).

5)¿Cuál es la ecuación de esa circunferencia?

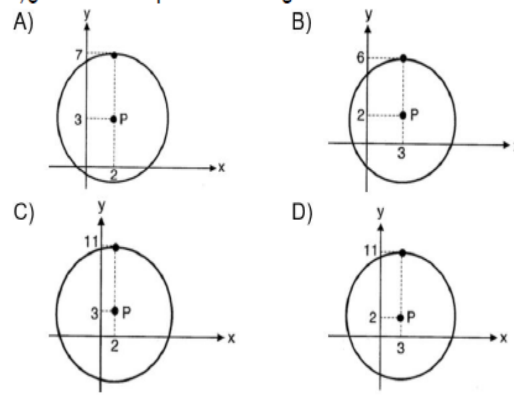
A) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 64$

B) $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 64$

C) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

D) $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 16$

6)¿Cuál es la representación gráfica de esa circunferencia?



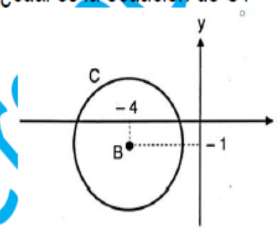
7)Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia C de centro, cuya medida de su diámetro es 6. ¿cuál es la ecuación de C?

A) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 36$

B) $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 36$

C) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$

D) $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 9$



RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS:

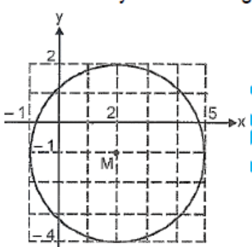
8) ¿Cuál es la ecuación de una circunferencia de centro (2, 3) y radio 4?

9)Si una circunferencia "c" tiene centro (3, -2) y la medida del radio es 1, entonces, ¿Cuál es la ecuación de "C"?

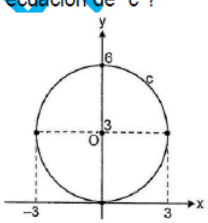
10)Sea "c" la circunferencia con centro en (- 2, 1). Si la medida del radio es 4, entonces, ¿Cuál es la ecuación de "c"?

11)¿Cuál es la ecuación de la circunferencia de centro (0, 1) y radio de longitud 5?

12)Considere los datos de la siguiente representación gráfica que ilustra una circunferencia de centro M y radio de longitud 3, ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia?

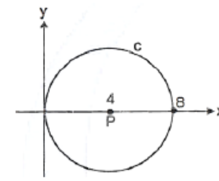


13)Considere la siguiente circunferencia "c". Con base en la información dada, ¿cuál es la ecuación de "c"?

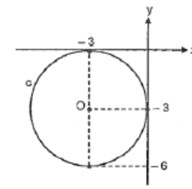


O: centro de c

14)Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia "c" de centro P. De acuerdo con la información dada, ¿cuál es la ecuación de "c"?



15)Considere la siguiente circunferencia "c" de centro O. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia "c"?



16)La sirena de una escuela se logra escuchar hasta aproximadamente 800 m a la redonda, mientras no haya algún ruido fuerte que interfiera. La escuela se encuentra a 400 m al norte y 750 m al oeste del parque central de la localidad. De acuerdo con el contexto anterior si tomo como punto de origen el parque central, ¿cuál sería una ecuación que describa la circunferencia de mayor alcance del sonido de la sirena del colegio?

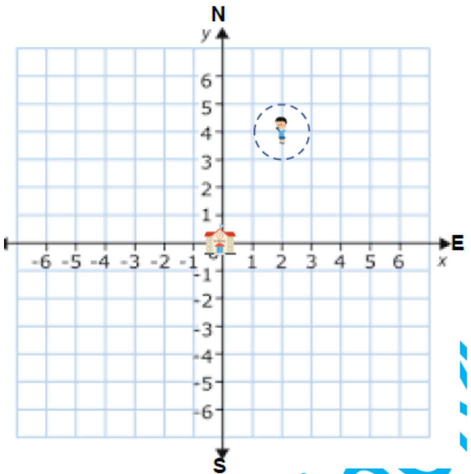
17)En una granja avícola se desea construir un corral de forma circular de modo que este tenga 3 metros de radio y su centro se encuentra a 6 m norte y 4 m al este del centro de la granja. De acuerdo con la información anterior, ¿Cuál es la ecuación que representa la ubicación del corral respecto al centro de la granja?

TRASLACIONES EN UNA CIRCUNFERENCIA

HABILIDAD:

‣*Aplicar traslaciones a una circunferencia.*

ACTIVIDAD DE INICIO



Un estudiante quiere probar un dispositivo de comunicación que da una señal de 1 kilómetro a su alrededor (sin importar donde esté), se ubica 2 km al este y 4 km al norte de su colegio (origen). Para realizar otras pruebas, se traslada 5 km al oeste y 6 km al sur desde donde estaba.

a)¿Cuál es su nueva ubicación?

b)¿Puede representar esa nueva ubicación como un par ordenado (x,y)?

c)¿Cambió el alcance del dispositivo (radio)?

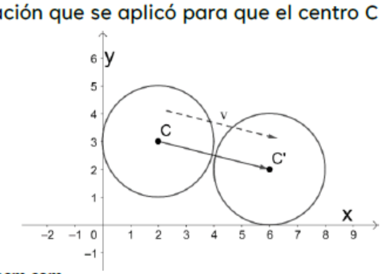
d)¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la nueva ubicación?

¿QUÉ ES TRASLADAR?

Es cambiar de lugar una persona o cosa. En contexto de una circunferencia, la posición de todos los puntos de la circunferencia se desplazan una misma cantidad. El vector $\vec{V}$ nos indicará la traslación del centro de la circunferencia.

Al trasladar una circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ con centro $C(h,k)$ y radio "r", se va a determinar un nuevo centro $C'(a,b)$ en el plano cartesiano **con igual radio**, cuya ecuación corresponde a $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

Observe la siguiente figura, ¿Cuál fue la traslación que se aplicó para que el centro C obtenga la nueva ubicación C'?



Para poder trasladar puntos, necesitamos del vector de traslación (es el par ordenado que me indica cuánto y en qué dirección se desplaza el punto en cuestión). Vamos a practicar su interpretación:

Trasladar **5 unidades hacia la izquierda y 4 unidades hacia arriba** corresponde al vector: ___________.

Trasladar **2 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia abajo** corresponde al vector: ___________.

Trasladar **7 unidades hacia la derecha** corresponde al vector: ___________.

Trasladar **4 unidades hacia abajo** corresponde al vector: ___________.

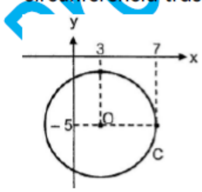
Si alguien se traslada **5km al oeste** y **3km al sur,** corresponde al vector: ___________.

EJEMPLOS: Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios.

a)Traslade cuatro unidades hacia arriba (paralelo al eje Y) y ocho unidades hacia la derecha (paralelo al eje X) una circunferencia cuya ecuación es $(x-13)^2+(y-10)^2=15$ y represéntela algebraicamente.

b)Si una circunferencia de centro P(2,-7) y radio de longitud 5, se traslada 6 unidades hacia la izquierda (paralelo al eje x), entonces, ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia luego de hacer la traslación?

c)Con base en la figura dada, si se traslada la circunferencia desplazando su centro 7 unidades hacia abajo (paralelo al eje y), entonces, ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia trasladada?



Repaso de los ejemplos anteriores

ACTIVIDAD #1: Transforme las siguientes frases a su respectivo vector de traslación.

a)Cinco unidades hacia la derecha y dos unidades hacia arriba: ____________

b)Siete unidades hacia la derecha y tres unidades hacia abajo: ____________

c)Dos unidades hacia la izquierda y dos unidades hacia arriba: ____________

d)Cinco kilómetros hacia el oeste y seis kilómetros hacia el sur: ____________

e)Cuatro unidades hacia abajo: __________

f) Caminar ocho metros al este: __________

ACTIVIDAD #2: Resuelva los siguientes ejercicios aplicando las traslaciones correspondientes.

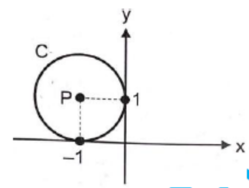
a)Sea C la circunferencia dada por $x^2+(y-5)^2=15$. Si la circunferencia C', de centro P, se obtiene al trasladar C una unidad a la derecha (horizontalmente) y seis unidades hacia abajo (verticalmente), entonces, ¿Cuál es su representación algebraica?

b)Traslade 5 unidades hacia la izquierda (paralelo al eje X) y una unidad hacia arriba (paralelo al eje Y), el centro de una circunferencia cuya ecuación es $(x-5)^2+(y+3)^2=1$. ¿Cuál es la representación algebraica de la circunferencia trasladada?

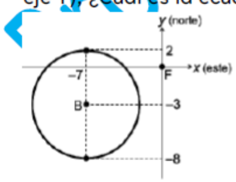
c)Sea C la circunferencia dada por $(x+2)^2+y^2=49$. Si la circunferencia C', de centro M, se obtiene al trasladar C cuatro unidades a la derecha (horizontalmente) y siete unidades hacia arriba (verticalmente), entonces, ¿Cuál es la representación algebraica de la circunferencia trasladada?

d)Traslade 7 unidades hacia la derecha (paralelo al eje X), una circunferencia con centro (0,4) y radio 6. ¿Cuál es la representación algebraica de la circunferencia trasladada?

e)De acuerdo con la siguiente figura, si la circunferencia C se traslada 6 unidades hacia la derecha (paralelo al eje X), ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia trasladada?



f)De acuerdo con la siguiente figura, si la circunferencia de centro B se traslada 3 unidades hacia la izquierda (paralelo al eje X) y 5 unidades hacia arriba (paralelo al eje Y). ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia trasladada?



ProfeSergioCM 6014147

ACTIVIDAD #3: Aplique traslaciones en los siguientes contextos.

a)En una mansión, una fuente que está representada por la ecuación $(x+8)^2+(y+15)^2=16$ ubicada respecto a la entrada principal (origen del sistema de coordenadas), se desea trasladar 10 metros al sur ¿cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la fuente trasladada?

b)En un hotel una piscina para niños que tiene un radio de 3 m que se ubica 10 m al este y 30 m al sur de recepción (origen del sistema de coordenadas). Se desea trasladar 15 m al sur y 100 m al oeste junto a la otra piscina principal. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la piscina trasladada?

TRABAJO COTIDIANO – Traslaciones a una circunferencia	Valoración
Determina la ecuación de la circunferencia que se origina al trasladarla según el vector dado.	
Aplica traslaciones a una circunferencia en diversos contextos reales	

EJERCICIOS ADICIONALES

SELECCIÓN ÚNICA:

1)Si una circunferencia de centro P(2,-3) y radio de longitud 5, se traslada 3 unidades hacia la izquierda (paralelo al eje x), entonces, la ecuación de la circunferencia obtenida al hacer la traslación mencionada corresponde a

A) $(x+1)^2+(y+3)^2=5$

B) $(x-1)^2+(y-3)^2=5$

C) $(x+1)^2+(y+3)^2=25$

D) $(x-1)^2+(y-3)^2=25$

2)Si a una circunferencia **c** dada por $x^2+(y-1)^2=16$, se le aplica una traslación de 2 unidades hacia arriba (paralelo al eje "y"), entonces, se obtiene una circunferencia cuyo centro corresponde al punto

A) (0,3)

B) (2,1)

C) (0,-3)

D) (-2,1)

3)Considere las siguientes proposiciones, referentes a la circunferencia **C** dada por $(x-3)^2+y^2=25$, la cual se trasladó 2 unidades hacia arriba (paralelo al eje y):

I. La longitud del radio de la circunferencia trasladada es 5.

II. El centro de la circunferencia trasladada corresponde al punto (3,2).

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

4)Sea **c** la circunferencia dada por $x^2+(y+1)^2=4$. Si **c** se traslada desplazando su centro 1 unidad a la izquierda (paralelo al eje X) luego 3 unidades hacia arriba (paralelo al eje y) entonces se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a

A) $(x+1)^2+(y-2)^2=4$

B) $(x-1)^2+(y+4)^2=4$

C) $(x+1)^2+(y+4)^2=4$

D) $(x-3)^2+(y+2)^2=4$

ProfeSergioCM 6014147

5)Si se traslada la circunferencia dada por $x^2+(y+2)^2=8$, desplazando su centro 3 unidades hacia arriba (paralelo al eje y), entonces se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a

A) $x^2+(y-1)^2=8$

B) $x^2+(y+5)^2=8$

C) $(x-3)^2+(y-1)^2=8$

D) $(x+3)^2+(y+5)^2=8$

6)Si se traslada la circunferencia dada por $(x-2)^2+y^2=5$, desplazando su centro 2 unidades hacia la derecha (paralelo al eje x), entonces se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a

A) $x^2+y^2=5$

B) $x^2+(y-2)^2=5$

C) $(x-4)^2+y^2=5$

D) $(x-4)^2+(y-2)^2=5$

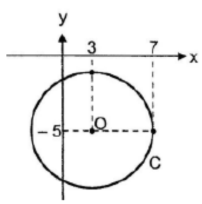
7)Considere la siguiente gráfica referida a una circunferencia de centro O y la longitud de su radio es 4. Si se traslada la circunferencia desplazando su centro 6 unidades a la derecha (paralelo al eje x) y 3 unidades hacia abajo (paralelo al eje y), entonces, la ecuación de la circunferencia trasladada corresponde a

A) $(x-9)^2+(y+8)^2=16$

B) $(x-3)^2+(y+8)^2=16$

C) $(x+9)^2+(y-8)^2=16$

D) $(x-9)^2+(y+2)^2=16$

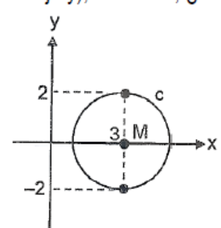


RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS:

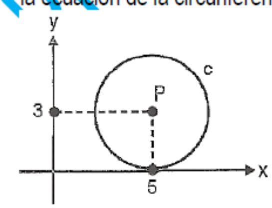
8)Si la circunferencia "c" dada por c: $x^2+(y-1)^2=6$ se traslada dos unidades hacia la derecha (paralela al eje x) y cinco unidades hacia abajo (paralela al eje y), entonces, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia trasladada?

9)Sea la circunferencia dada por $(x+3)^2+(y+3)^2=4$. Si se traslada seis unidades hacia la derecha (paralela al eje x) y dos unidades hacia arriba (paralela al eje y), entonces, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia trasladada?

10)Considere la siguiente representación gráfica de la circunferencia "c" de centro M. Si "c" se traslada cuatro unidades a la izquierda (paralela al eje x) y tres unidades hacia arriba (paralela al eje y), entonces, ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que se obtiene al trasladarla?



11)Considere la siguiente representación gráfica de la circunferencia "c" de centro P. Si se traslada la circunferencia "c" ocho unidades hacia abajo (paralela al eje y), entonces, ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que se obtiene?



HABILIDAD:

‣*Resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus representaciones.*

FÓRMULA DE LA DISTANCIA Y PUNTO MEDIO PARA RESOLVER SITUACIONES CON LA CIRCUNFERENCIA

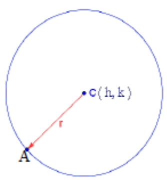
En ocasiones es necesario aplicar la fórmula de la distancia entre dos puntos para calcular un radio o diámetro en una circunferencia.

$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

<u>Para un radio</u>: siempre que tengamos la ubicación <u>del centro</u> y un <u>punto de la circunferencia.</u>

<u>Para un diámetro</u>: siempre que los datos que tengamos sea la ubicación de los <u>extremos del diámetro.</u>

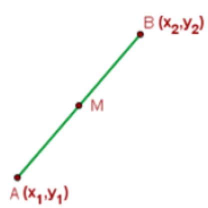
Ejemplo 1: Vamos a suponer que el centro C de la circunferencia está ubicado en el punto (5,4) y un punto A de la circunferencia en (2,0), entonces, ¿Cuál es la medida de su radio? ¿la medida de su diámetro? ¿tenemos información suficiente para dar su ecuación?



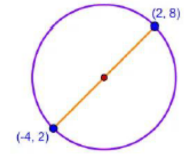
La fórmula del <u>punto medio de un segmento</u> podría ser útil si necesitamos ubicar el centro de la circunferencia, teniendo los extremos del diámetro de la circunferencia.

El punto medio de un segmento representa al punto que se ubica exactamente en la mitad de los dos puntos extremos del segmento.

$$PM=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$



Ejemplo 2: El diámetro de una circunferencia tiene los puntos extremos $(-4,2)$ y $(2,8)$, ¿Cuál sería la ubicación del centro de la circunferencia?



Ejemplo 3: Determine la ubicación del centro C de la circunferencia, si los extremos del diámetro se ubican en (3,9) y (-7,2).

Ejemplo 4: Una circunferencia tiene el centro en C(-3,4) y un punto de la circunferencia está ubicado en M(-6,1), determine:

a)La medida del radio.

b)Su diámetro.

c)Ecuación de la circunferencia.

ProfeSergioCM 60147147

ACTIVIDAD #1: *Resuelva los siguientes ejercicios en forma clara y ordenada.*

a)¿Cuánto mide el radio de una circunferencia donde el centro C(0,0) y un punto de la circunferencia está en P(2,3)?

b)¿Cuánto mide el diámetro de una circunferencia donde el centro C(-3,4) y un punto de la circunferencia se ubica en P(-7,0)?

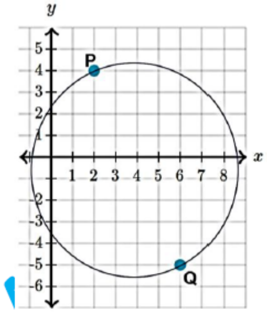
c)¿Cuánto mide el radio de una circunferencia donde el centro M(2,5) y un punto de la circunferencia está en P(2,9)? Determine la ecuación de la circunferencia.

d)¿Cuánto mide el diámetro de una circunferencia donde el centro K(7,0) y un punto de la circunferencia se ubica en P(7,6)? Determine la ecuación de la circunferencia.

e) Determine la ubicación del centro C de la circunferencia, si los extremos del diámetro se ubican en (5,8) y (-7,12).

f) Determine la ubicación del centro C de la circunferencia, si los extremos del diámetro se ubican en (-11,0) y (-3,10).

g)A continuación se presenta una circunferencia en el plano. Los puntos P y Q son extremos del diámetro.

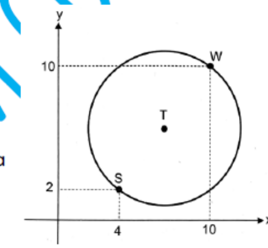


g.1. ¿Cuál es la ubicación del centro de la circunferencia?

g.2. ¿Cuál es la medida del diámetro?

g.3. ¿Cuál es la medida del radio?

h)De acuerdo con la siguiente figura:



S – T – W

h.1. ¿Cuál es la ubicación del centro T?

h.2. ¿Cuál es la medida del radio de la circunferencia?

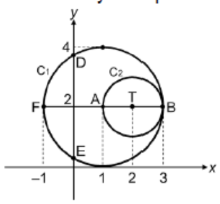
h.3. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia?

TRABAJO COTIDIANO – Circunferencia, fórmula de la distancia y puntos medio.	Valoración
Resuelve problemas relacionados con la circunferencia aplicando la fórmula de la distancia.	
Resuelve problemas relacionados con la circunferencia aplicando la fórmula del punto medio.	

EJERCICIOS ADICIONALES

Considere la siguiente información para responder los ítems 1 y 2:
La siguiente figura está conformada por dos circunferencias, C_1 y C_2, las cuales coinciden en el punto **B**, con centros **A** y **T** respectivamente:

F – A – T – B



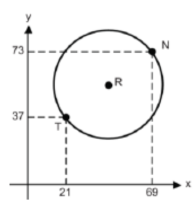
1)De acuerdo con la información anterior; considere las siguientes proposiciones:
I. La medida del diámetro de C_2 es el doble de la medida del radio de C_1.
II. La medida del radio de la circunferencia que contiene los puntos **F**, **E**, **B** y **D** es 2.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?
A) Ambas B) Ninguna C) Solo la I D) Solo la II

2)De acuerdo con la información anterior; considere las siguientes proposiciones:
I. La distancia entre los puntos **F** y **T** corresponde a 3
II. La medida del diámetro de C_2 es la mitad de la medida del diámetro de C_1.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?
A) Ambas B) Ninguna C) Solo la I D) Solo la II

3)Un dispositivo denominado rúter (R) emite una señal inalámbrica de internet. El alcance máximo de dicha señal es de 30 m a su alrededor. A continuación, se muestra la representación gráfica de la circunferencia que corresponde al alcance máximo, en metros, de la señal que emite el rúter, así como la ubicación de dos teléfonos celulares T y N:



De acuerdo con la información anterior, ¿cuál de las siguientes representaciones algebraicas, en las que las unidades están en metros, corresponde al alcance máximo de la señal que emite el rúter?

A) $(x-45)^2+(y-55)^2=900$

B) $(x-55)^2+(y-45)^2=900$

C) $(x-48)^2+(y-36)^2=900$

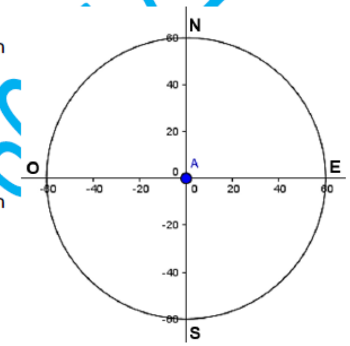
PUNTOS EN LA CIRCUNFERENCIA

HABILIDAD:
‣*Determinar gráfica y algebraicamente si un punto se ubica en el interior o exterior de una circunferencia.*

ACTIVIDAD DE INICIO:

Cierto radar "A", detecta embarcaciones que se ubican a una distancia menor o igual a 60km (suponga que este radar, en su alcance máximo forma una circunferencia y que está centrado en el origen de un sistema de coordenadas).

a)¿Es posible que el radar detecte una embarcación "M" que se encuentra a 20km este y 42km norte?

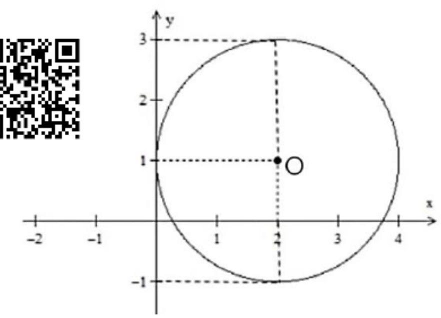


b)¿Es posible que el radar detecte una embarcación "P" que se encuentra a 60km oeste y 45km sur?

PUNTOS EN EL INTERIOR Y EXTERIOR DE UNA CIRCUNFERENCIA

CASO 1: ANÁLISIS DESDE UNA REPRESENTACIÓN GRÁFICA
Se presenta una circunferencia con centro en el punto O(2,1) y radio 2. Un punto podría estar, **en el interior, exterior** o en la **frontera (sobre la circunferencia).**

¿Dónde está el punto A(-1,2)?
R/____________________.



¿Dónde está el punto B(2,3)?
R/____________________.

¿Dónde está el punto C(3,2)?
R/____________________.

CASO 2: ANÁLISIS DESDE SU REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA

Dada una circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ y un punto (x,y), es posible saber si el punto está en el interior, interior o la frontera (sobre la circunferencia). Solamente debemos sustituir el punto dado (x,y) en la ecuación de la circunferencia y analizar su resultado:

a)Si $(x-h)^2+(y-k)^2>r^2$ entonces el <u>punto está en el exterior</u>: Si el "resultado de la sustitución" es **mayor** que el cuadrado del radio, entonces el punto está ubicado en el **EXTERIOR** de la circunferencia.

b)Si $(x-h)^2+(y-k)^2<r^2$ entonces el <u>punto está en el interior</u>: Si el "resultado de la sustitución" es **menor** que el cuadrado del radio, entonces el punto está ubicado en el **INTERIOR** de la circunferencia.

c)Si $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ entonces el <u>punto está en la frontera</u>: Si el "resultado de la sustitución" es **igual** que el cuadrado del radio, entonces el punto está ubicado en la **FRONTERA o SOBRE** la circunferencia.

<u>EJEMPLOS #1:</u> <u>Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios.</u>

a)Si una circunferencia está dada por la ecuación $(x-5)^2+(y-1)^2=25$, determine si el punto K(6,8) es frontera, interior o exterior a esa circunferencia.

b)En una escuela se instaló un dispositivo que emite señal de internet (router) a casi toda la institución. El alcance máximo del router forma una circunferencia que de acuerdo con su ubicación está dado por la ecuación $(x-15)^2+(y-20)^2=10000$. La oficina de Dirección es el origen del sistema de coordenadas. El aula de Carlos se encuentra ubicada 45 m al este y 5 m al norte de dirección. ¿Se encuentra el aula de Carlos dentro o fuera de la cobertura del router?

<u>ACTIVIDAD #1:</u> <u>Basándose en las figuras presentadas, conteste lo que se solicita en cada caso.</u>

1)Para la sigueinte circunferencia de centro A y radio 3, indique si los siguientes puntos se ubican en el <u>interior</u>, <u>exterior</u> o <u>frontera</u>.

a) R(6,5) ____________________.

b) M(3,5) ____________________.

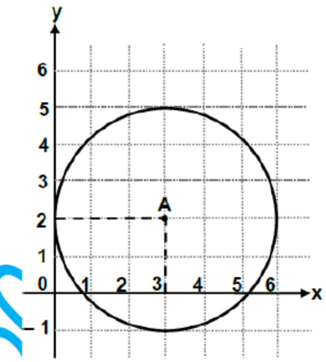
c) T(2,0) ____________________.

d) W(3,-2) ____________________.

e) Z(6,2) ____________________.

f) H(4,4) ____________________.

g) B(6,0) ____________________.



2)Se presenta una circunferencia de radio 3 en el plano cartesiano. Conteste lo que se solicita en cada caso.

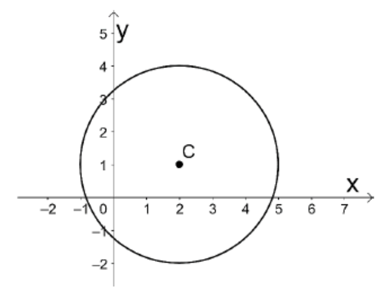
a)¿Cuál es la ubicación del centro C? ____________.

b)¿Cuál es la expresión algebraica de la circunferencia de centro C? ____________________.

c)¿Dónde se ubica el punto Q(-2,4)? ____________________.

d)¿Dónde se ubica el punto R(3,2)? ____________________.

e)¿Dónde se ubica el punto N(-1,1)? ____________________.

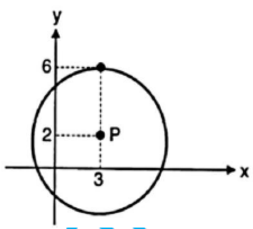


ACTIVIDAD #2: Resuelva al detalle cada uno de los siguientes ejercicios.

a)¿El punto H(-4,7) está en el interior, exterior o frontera respecto a la circunferencia dada por $(x+1)^2+(y-2)^2=121$?

b) ¿El punto M(2,4) está en el interior, exterior o frontera respecto a la circunferencia dada por $(x+6)^2+(y-1)^2=73$?

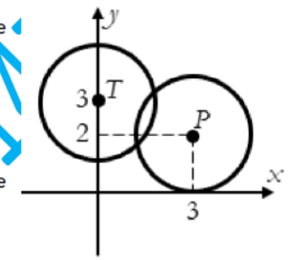
c) Se presenta la siguiente situación en un sistema de coordenadas cuyas unidades están en kilómetros. Si instala una antena en el punto P, cuya ubicación está dada por el punto (3,2) y tiene una señal con un alcance máximo de 4 kilómetros. La casa de Brenda está ubicada 7 km al este y 5 km al norte en el mismo sistema de coordenadas, ¿recibe Brenda la señal de la antena?



d) ¿El punto A(0,-3) está en el interior, exterior o frontera respecto a la circunferencia donde su centro está en (-3,2) y su radio es 10?

e)Si tenemos un punto R(4,5) en el mismo plano de una circunferencia de radio 6 cuyo centro se ubica en (-3,0), ¿Dónde se ubica en punto R respecto a la circunferencia?

f)La siguiente figura representa dos barcos T y P. La circunferencia representa el alcance del radar de cada barco, que en ambos es de 2 km.



f.1)¿Cuál es la ecuación que representa el barco T y el alcance de su radar?

f.2)¿Cuál es la ecuación que representa el barco P y el alcance de su radar?

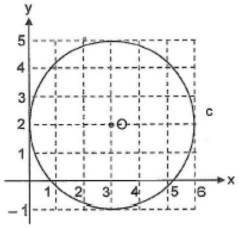
f.3)¿Un objeto ubicado 3km al este y 3km al norte se ubica dentro o fuera del alcance del radar del barco P?

f.4) ¿Un objeto ubicado 1km al oeste y 6km al norte se ubica dentro o fuera del alcance del radar del barco T?

TRABAJO COTIDIANO – Puntos interiores y exteriores en una circunferencia	Valoración
Determina gráficamente si un punto se ubica en el interior o exterior de una circunferencia.	
Determina algebraicamente si un punto se ubica en el interior o exterior de una circunferencia.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1)De acuerdo con la siguiente figura, donde O es el centro de la circunferencia.



Considere las siguientes proposiciones:

I. P(0,3) es un punto ubicado en el exterior de la circunferencia.

II. R(5,2) es un punto ubicado en el interior de la circunferencia.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas B) Ninguna

C) Solo la I D) Solo la II

2)Considere las siguientes proposiciones sobre la circunferencia dada por $(x+1)^2+(y-3)^2=10$:

I. (0,4) es un punto interior a la circunferencia.

II. (1,0) es un punto exterior a la circunferencia.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas B) Ninguna

C) Solo la I D) Solo la II

3)Considere las siguientes proposiciones

I. (0,3) es un punto ubicado en el interior a la circunferencia $x^2+y^2=8$.

II. (1,0) es un punto exterior a la circunferencia $(x+1)^2+(y+1)^2=4$.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas B) Ninguna

C) Solo la I D) Solo la II

4)La circunferencia "c" cuya ecuación es c: $(x-1)^2+(y-2)^2=9$. Un punto interior a "c" corresponde a

A) (3, 0)

B) (0, -2)

C) (-1, -1)

5)Un punto ubicado en el interior de la circunferencia dada por d: $x^2+(y-1)^2=2$ corresponde a

A) (0, 0)

B) (1, 0)

C) (0, -1)

6)Considere las siguientes afirmaciones referidas a la circunferencia "c" dada por $c:(x+3)^2+y^2=3$:

I. P(0, 0) es un punto ubicado en el exterior de "c".

II. R(-3, 0) es un punto ubicado en el interior de "c".

De ellas son verdaderas:

A) ambas.

B) sola la I.

C) solo la II.

7)Considere las siguientes proposiciones referidas a la circunferencia "c" dada por:

c: $(x+1)^2+y^2=7$

I. M(1, 0) es un punto ubicado en el interior de "c".

II. T(1, 2) es un punto ubicado en el exterior de "c".

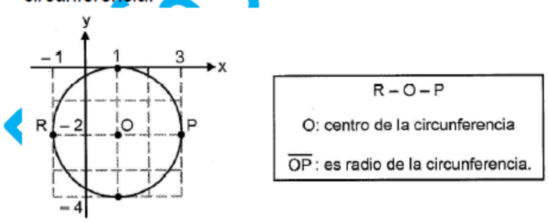
De ellas son verdaderas:

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

8)De acuerdo con la siguiente figura, donde se cumple **R – O – P** y **O** es el centro de la circunferencia.



Un punto ubicado en el interior de la circunferencia corresponde a

A) (2,3)

B) (3,4)

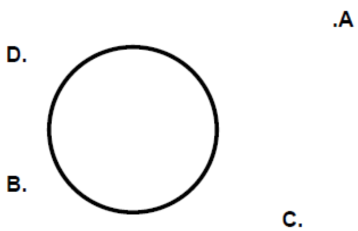
C) (2,-3)

HABILIDADES:

- *Determinar si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia.*
- *Representar gráfica y algebraicamente rectas secantes, tangentes y exteriores a una circunferencia.*

RECTAS EN LA CIRCUNFERENCIA

ACTIVIDAD DE INICIO:
La siguiente circunferencia representa una fuente en un parque. Ana se encuentra en el punto A y se trasladará en <u>línea recta</u> a uno de los puntos B, C o D.



¿Cuántas veces la fuente sería un obstáculo al trasladarse desde el punto A al punto B?

¿Cuántas veces la fuente sería un obstáculo al trasladarse desde el punto A al punto C?

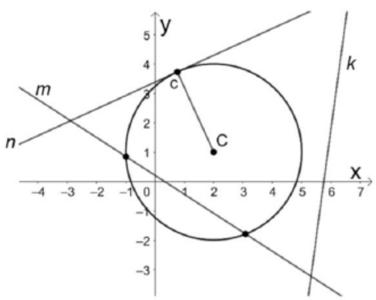
¿Cuántas veces la fuente sería un obstáculo al trasladarse desde el punto A al punto D?

RECTAS SECANTES, TANGENTES Y EXTERIORES A LA CIRCUNFERENCIA

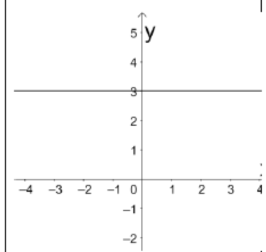
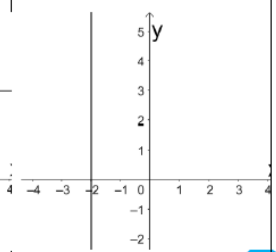
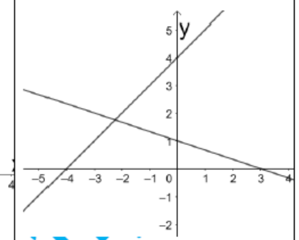
RECTA SECANTE: es la recta que inteseca <u>dos puntos</u> de la circunferencia. Por ejemplo la recta "m".

RECTA TANGENTE: es la recta que interseca <u>un punto</u> de la circunferencia. Por ejemplo la recta "n".

RECTA EXTERIOR: es la recta que <u>no interseca</u> algún punto de la circunferencia. Por ejemplo la recta "k".



En este tema trabajaremos con rectas en sus distintas inclinaciones:

Rectas horizontales: $y = n$	**Rectas verticales:** $x = n$	**Rectas crecientes o decrecientes:** $y = mx + b$ **para** $m \neq 0$.
		

Rectas horizontales: comúnmente llamadas <u>rectas constantes</u>. Aquí las estudiaremos de la forma y = n, donde $n \in IR$. En la imagen anterior tenemos a **y = 3**, donde podría decirse que es "<u>*una recta horizontal que interseca con el eje Y en el 3*</u>".

Rectas verticales: Aquí las estudiaremos de la forma x = n, donde $n \in IR$. En la imagen anterior tenemos a **x = -2**, donde podría decirse que es "<u>*una recta vertical que interseca con el eje X en el -2*</u>".

Rectas crecientes y decrecientes: Son de la forma y = mx + b, donde si $m < 0$ es decreciente y si $m > 0$ es creciente. Aunque hay mucha variedad, debemos estar muy pendientes de las rectas $y = x$ y $y = -x$, mismas que se explicarán en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO #1: <u>Determine si cada una de las rectas es secante, tangente o exterior a la circunferencia de centro O. Se recomienda trazar las rectas.</u>

a) $y = 1$ ______________________.

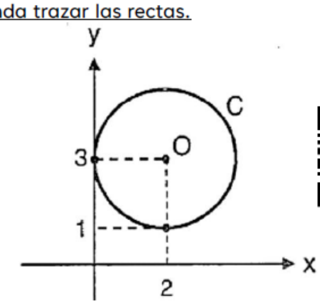
b) $y = 0$ ______________________.

c) $x = 3$ ______________________.

d) $x = 6$ ______________________.

e) $y = x$ ______________________.

f) $y = -x$ ______________________.



EJEMPLO #2: Determine si cada una de las rectas es secante, tangente o exterior a la circunferencia de centro A. Se recomienda trazar las rectas.

a) $y = 2$ ________________.

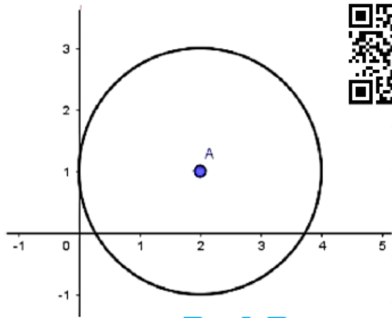
b) $y = 4$ ________________.

c) $y = -1$ ________________.

d) $x = 2$ ________________.

e) $x = 0$ ________________.

f) $x = 5$ ________________.



ACTIVIDAD #1: Determine si cada una de las rectas es secante, tangente o exterior a la circunferencia de centro O. Se recomienda trazar las rectas.

a) $y = 6$ ____________________.

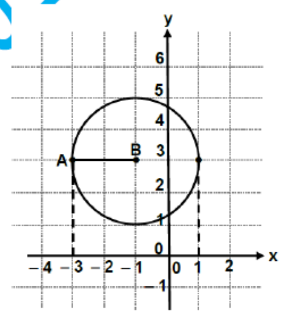
b) $y = 2$ ____________________.

c) $x = 1$ ____________________.

d) $x = -1$ ____________________.

e) $y = -x$ ____________________.

f) $y = 0$ ____________________.



ACTIVIDAD #2: Anote para cada situación, si la recta "m" o el eje respectivo es tangente, secante o exterior a las circunferencias C_1 o C_2.

a)La recta "m" respecto a C_1 ____________________.

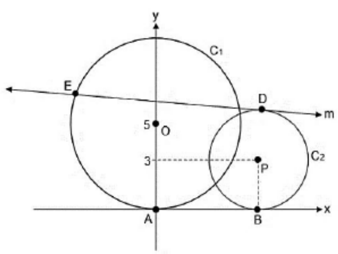
b)La recta "m" respecto a C_2 ____________________.

c)El eje Y respecto a C_1 ____________________.

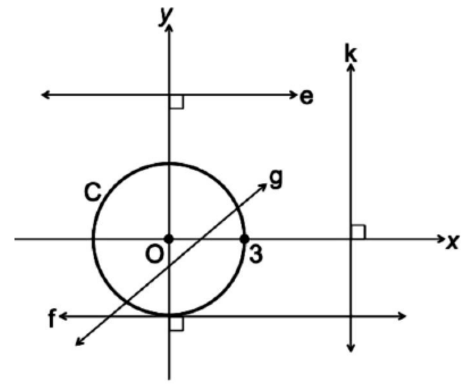
d)El eje X respecto a C_1 ____________________.

e)El eje Y respecto a C_2 ____________________.

f)El eje X respecto a C_2 ____________________.



ACTIVIDAD #3: Anote para cada situación si la relación entre las rectas y la circunferencia es tangente, secante o exterior. Tomar en cuenta que el centro O se ubica en el origen y su radio mide 3.



a)La recta "e" respecto a la circunferencia C ______________.

b)La recta "g" respecto a la circunferencia C ______________.

c)La recta "f" respecto a la circunferencia C ______________.

d)El eje Y respecto a la circunferencia C ______________.

e)El eje X respecto a la circunferencia C ______________.

f)La recta x = 3 respecto a la circunferencia C ______________.

g)La recta y = 1 respecto a la circunferencia C ______________.

h)La recta y = x respecto a la circunferencia C ______________.

TRABAJO COTIDIANO – Rectas en la Circunferencia	Valoración
Determina si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia representada en el plano cartesiano.	

DETERMINANDO LA POSICIÓN DE LA RECTA EN LA CIRCUNFERENCIA DESDE SU REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA

Dada la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ es posible saber si la recta dada es secante, tangente o exterior a esa circunferencia. Eso sin necesidad de tener la representación gráfica. Se sugiere el siguiente procedimiento:

a) Se debe sustituir la recta en la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, desarrollarla y reducirla, hasta llegar a una expresión de la forma $ax^2+bx+c=0$.

b) Se calcula el discriminante $\Delta=b^2-4ac$ y se concluye que:

Si $\Delta<0$, la recta es **exterior** a la circunferencia.
Si $\Delta>0$, la recta es **secante** a la circunferencia.
Si $\Delta=0$, la recta es **tangente** a la circunferencia.

EJEMPLOS: Resuelva los siguientes ejercicios con la guía del docente.

a) Determine si la recta $y=-3$ es secante, tangente o exterior a la circunferencia cuya ecuación es $(x-1)^2+y^2=9$.

b) Determine si la recta $y=2x+3$ es secante, tangente o exterior a la circunferencia cuya ecuación es $x^2+(y-7)=25$.

ACTIVIDAD#2: Indique para cada caso, si la recta indicada es **EXTERIOR, SECANTE O TANGENTE** a la circunferencia de la forma $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

a) La circunferencia $x^2+y^2=10$ y la recta $y=2$	b) La circunferencia $x^2+y^2=5$ y la recta $y=3$
c) La circunferencia $x^2+y^2=16$ y la recta $y=4$	d) La circunferencia $x^2+y^2=25$ y la recta $x=2$

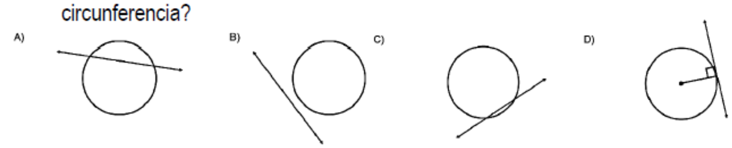
e) La circunferencia $(x-2)^2+y^2=25$ y la recta $x=3$	f) La circunferencia $x^2+(y-2)^2=13$ y la recta $y=4$

TRABAJO COTIDIANO – Rectas en la Circunferencia	Valoración
Determina si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia representada algebraicamente.	

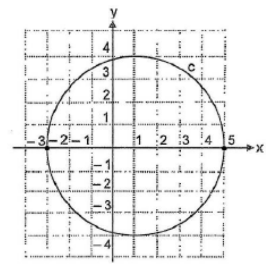
EJERCICIOS ADICIONALES

SELECCIÓN ÚNICA:

1)De las siguientes representaciones gráficas, ¿cuál corresponde a una recta tangente a una circunferencia?



Para responder los items 2 y 3 considere la siguiente información



2)Con base en la siguiente información dada considere las siguientes proposiciones:

I. y = 3 es una recta secante a c.

II. x = - 3 es una recta tangente a c.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

3)Con base en la siguiente información dada considere las siguientes proposiciones:

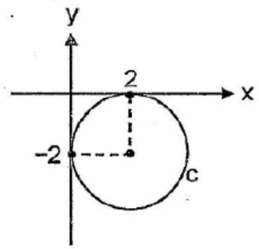
I. x = 4 es una recta exterior a c.

II. y = 5 es una recta tangente a c.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

4)Considere la siguiente representación gráfica de la circunferencia "**c**" cuyo centro es (2,-2) y la longitud de su radio es 2:



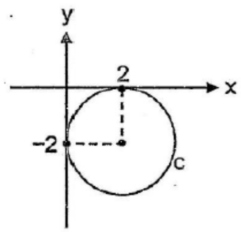
¿Cuál es de las siguientes rectas es tangente a "**c**"?
A) y = 1
B) y = 2
C) y = -3
D) y = -4

RESPONDA EN EL ESPACIO: <u>FALSO O VERDADERO</u>. TRACE LA RECTA EN LA CIRCUNFERENCIA PARA JUSTIFICAR SU RESPUESTA.

5)Para la siguiente representación gráfica de la circunferencia "**c**" cuyo centro es (2,-2) y la longitud de su radio es 2:

I. ¿Es la recta x = 4 secante? __________

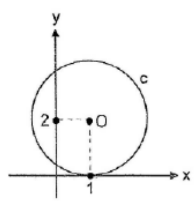
II. ¿Es la recta y = -x exterior? __________



6)Considere la gráfica que ilustra a la circunferencia "c" de centro O, la cual es tangente al eje x en (1,0):

I. ¿La recta y = x es secante? __________

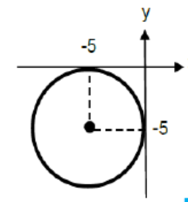
II. ¿La recta x = 1 es secante? __________



7)En la siguiente representación gráfica de la circunferencia "c":

I. ¿Es la recta x = 0 tangente? __________

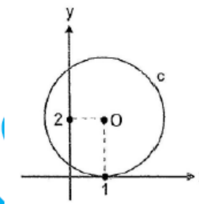
II. ¿Es la recta y = -x exterior? __________



8)Considere la gráfica que ilustra a la circunferencia "c" de centro O, la cual es tangente al eje x en (1,0):

I. ¿Es la recta y = 3 es exterior? __________

II. ¿La recta x = -1 es tangente? __________



SELECCIÓN ÚNICA: <u>Se aclara que para resolver estos ejercicios existen varios métodos. En clase se practicó un método algebraico completo. En los vídeos se explica una alternativa aprovechando el recurso de la calculadora CASIO. Consulte con el docente cual considera el más adecuado.</u>

9)Una recta secante a la circunferencia dada por $x^2 + y^2 = 2$ corresponde a
A) y = 1
B) y = 3
C) y = -2
D) x = -3

10)Una recta exterior a la circunferencia dada por $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$ corresponde a
A) y = 7
B) x = 1
C) y = 0
D) x = 3

11)Sea la circunferencia "c" dada por c: $(x-1)^2 + y^2 = 9$ y la recta y = 3, ambas contenidas en el mismo plano. Con certeza se cumple que la recta "y" es _________ a la circunferencia "c".

A) exterior
B) tangente
C) secante

12)Sea la circunferencia "c" dada por c: $x^2 + (y+3)^2 = 16$. Si se traza la recta x = 4, entonces, se cumple que la recta "x" es _________ a la circunferencia "c".

A) exterior
B) secante
C) tangente

13)La recta y = x + 1 es _________ a la circunferencia "c" dada por $c: (x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$.

A) exterior
B) secante
C) tangente

14)Una recta secante a la circunferencia "c" dada por c: $(x+1)^2 + y^2 = 4$ corresponde a

A) x = 0
B) x = 1
C) x = 2

15)Una recta exterior a la circunferencia "c" dada por c: $x^2 + (y+1)^2 = 1$ corresponde a

A) y = 0
B) y = -1
C) y = -3

HABILIDADES:

- *Analizar geométrica y algebraicamente la posición relativa entre rectas en el plano desde el punto de vista del paralelismo y la perpendicularidad.*
- *Aplicar la propiedad que establece que una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de la circunferencia en el punto de tangencia.*

POSICIÓN RELATIVA: PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

ACTIVIDAD DE INICIO:

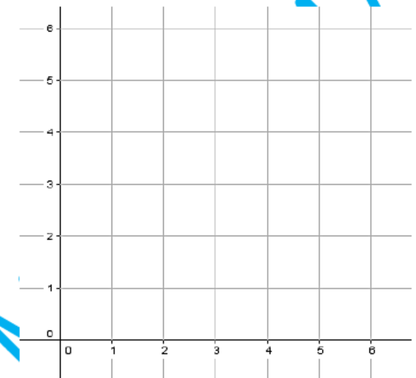
A)Trace la recta "ℓ" que pasa por los puntos (3,0) y (5,4).

B)Trace la recta "n" que pasa por los puntos (0,1) y (2,5).

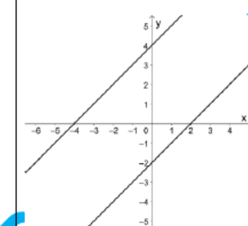
C)Trace la recta "k" que pasa por los puntos (0,2) y (2,1).

d)¿Qué relación existe entre las rectas "ℓ" y "n"?

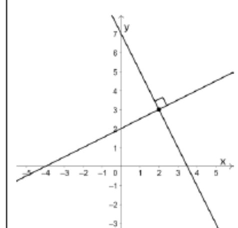
e)¿Qué relación existe entre las rectas "k" y "n"?



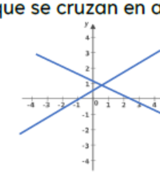
Rectas paralelas: dos o más rectas coplanares que no se intersecan, es decir, no tienen puntos en común.



Rectas perpendiculares: dos rectas coplanares que se intersecan en un punto formando ángulos rectos.

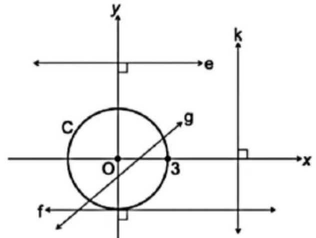


Rectas oblicuas: Son dos rectas coplanares que se cruzan en algún punto formando ángulos que NO son de 90º.



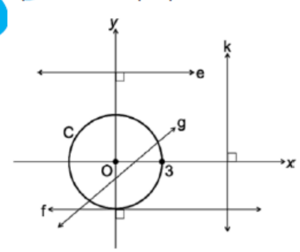
EJEMPLO #1: A continuación tenemos una circunferencia de centro O en el plano, además de las rectas "e", "g", "f" y "k". Indique la relación existente ya sea de paralelismo, perpendicularidad o ninguna (oblicuas).

RECTAS	Relación existente
Recta "e" y recta "f"	
Recta "e" y recta "k"	
Recta "k" y recta "g"	
Recta "e" y **eje x**.	
Recta "e" y **eje y**.	
Recta "g" y recta "f"	



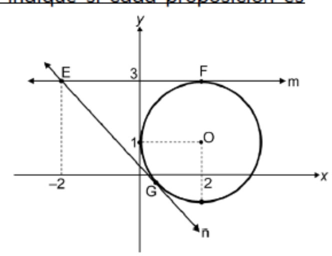
ACTIVIDAD #1: De acuerdo con la siguiente figura, indique si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F).

a) La recta **e** es paralela con la recta **f** ( )
b) La recta **g** es perpendicular con la recta **f** ( )
c) El eje "x" es perpendicular con la recta **k** ( )
d) El eje "y" es paralelo con la recta **k** ( )
f) La recta **e** es paralela con la recta **k** ( )



ACTIVIDAD #2: De acuerdo con la siguiente figura, indique si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F).

a) La recta **m** es paralela con el eje "x" ( )
b) La recta **n** es perpendicular con la recta **m** ( )
c) El eje "x" es perpendicular el radio $\overline{FO}$ ( )
d) El radio $\overline{GO}$ es paralelo con la recta **n** ( )
f) La recta **m** es paralela con el eje "x" ( )
g) El recta **m** es perpendicular con el eje "y" ( )



TRABAJO COTIDIANO – Paralelismo y Perpendicularidad	Valoración
Analiza geométrica la posición relativa entre rectas en el plano desde el punto de vista del paralelismo y la perpendicularidad.	

| GEOMETRÍA | DÉCIMO AÑO

¿Qué relación existe entre el radio de una circunferencia y una recta tangente pasando por el extremo del radio?

Con la guía del docente:

a)Trace una recta tangente a la circunferencia.
b)Ubique el centro: trace un radio hasta el punto de tangencia.
c)¿Qué medida en grados posee el ángulo formado en el punto de tangencia?

Lo anterior concluye la propiedad que dicta lo siguiente:

"Una recta tangente a una circunferencia **es perpendicular** al radio de esta en el punto de tangencia"

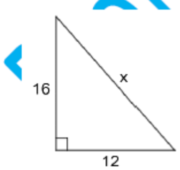
Entender lo anterior, nos ayudará a resolver algunas situaciones que se estudiarán a continuación y nos obligan, además, a repasar el **Teorema de Pitágoras.**

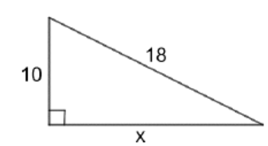
Nos vamos a centrar en los dos casos más comunes: calcular la medida de la hipotenusa "h" o un cateto "c".

Calculando la hipotenusa: solamente calculamos la raíz cuadrada de la **SUMA** de los cuadrados de los catetos (sean de igual o distinta medida) $h = \sqrt{c^2 + c^2}$

Calculando uno de los catetos: determinamos la raíz cuadrada de la **RESTA** de la hipotenusa al cuadrado y el otro cateto también al cuadrado. $c = \sqrt{h^2 - c^2}$

Con los dos siguientes ejemplos se repasará su procedimiento. En el código QR puede repasar otros ejercicios más.

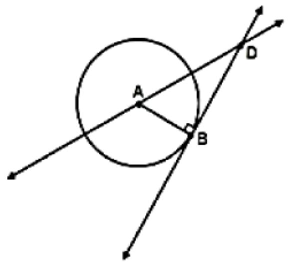




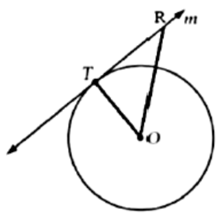
OTROS EJEMPLOS

EJEMPLOS: Con el apoyo del docente, resuelva los siguientes ejercicios.

a)Si $\overrightarrow{DB}$ es tangente a la circunferencia de centro A en el punto B. Además AB = 5 y DB = 7, calcule la medida de $\overline{AD}$.

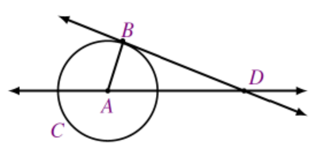


b)La recta "m" es tangente en T a la circunferencia de centro O. Si OR = 14 y TR = 10 , calcule la medida del diámetro de la circunferencia de centro O.

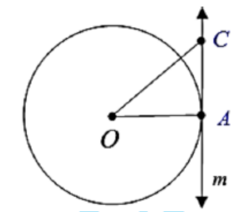


ACTIVIDAD #1: Resuelva los siguientes ejercicios de forma clara y ordenada, siempre presentando todos los procedimientos para llegar al resultado solicitado.

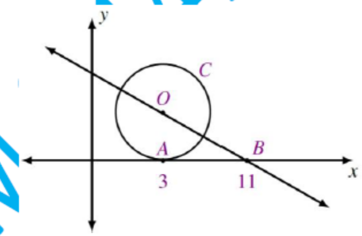
1)Considere la siguiente figura, referida a una circunferencia de centro A, donde B es el único punto que comparte $\overleftrightarrow{BD}$ con la circunferencia C. Si el radio de la circunferencia mide 6 y BD mide 13, calcule la distancia aproximada que existe desde A hasta D.



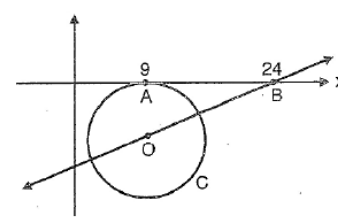
2)En la siguiente figura, la recta "m" es tangente a la circunferencia en A. Si OA=15 y CO = 21, ¿Cuánto mide aproximadamente CA?



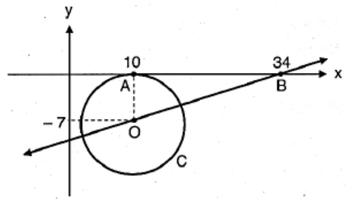
3)Considere la siguiente figura, donde el eje X es tangente en A a la circunferencia C de centro O, si OB = 17, ¿Cuál es la medida del radio de esa circunferencia?



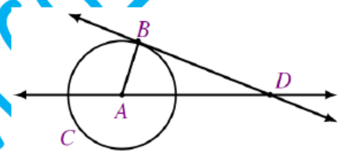
4)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el "eje x" es tangente en A a la circunferencia C de centro O. De acuerdo con la información anterior, si OB = 20, entonces, ¿Cuál es la medida del diámetro de esa circunferencia?



5)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el "eje x" es tangente en A con la circunferencia C de centro O. De acuerdo con la información anterior, ¿Cuál es la medida del diámetro de la circunferencia de centro O?¿Cuál es la medida de $\overline{OB}$?



6)Considere la siguiente figura, referida a una circunferencia de centro A, donde B es el único punto que comparte $\overleftrightarrow{BD}$ con la circunferencia C. Si BD = 20 y AD = 24, ¿Cuál es la medida aproximada del radio de la circunferencia C?

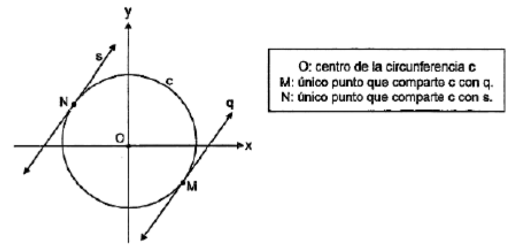


TRABAJO COTIDIANO – Recta Tangente y Radio	Valoración
Aplicar la propiedad que establece que una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de la circunferencia en el punto de tangencia para calcular alguna medida particular.	

EJERCICIOS ADICIONALES

SELECCIÓN ÚNICA

1)Considere la siguiente información:

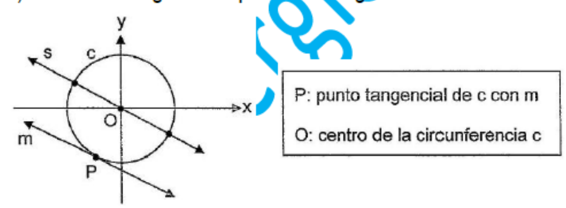


Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

I. Con certeza, $\overline{ON}$ es perpendicular a la recta "s".
II. Si $\overline{MN}$ es un diámetro de "c", entonces, "s" y "q" son rectas paralelas entre sí.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

2)Considere la siguiente representación gráfica:

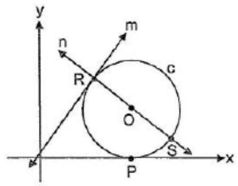


Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

I. Con certeza, $\overrightarrow{OP}$ es perpendicular a la recta "s".
II. Con certeza, $\overrightarrow{OP}$ es perpendicular a la recta "m".

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

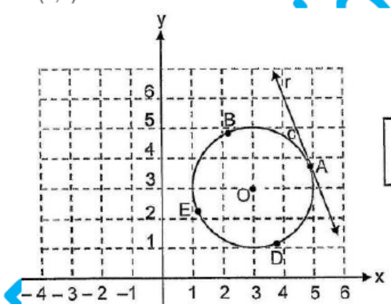
3)Considere la siguiente gráfica donde R es el punto tangencial de la recta “m” con la circunferencia “c” de centro O, además $\overline{RS}$ es un diámetro de “c”:



Considere las siguientes proposiciones:
I. Con certeza, la recta “n” es perpendicular con “m”.
II. Con certeza, la recta tangente a “c” y que contiene al punto S, es paralela a “m”.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

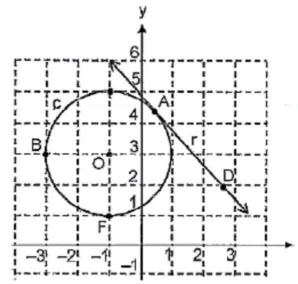
4)Considere la siguiente información referida a la circunferencia "c" de radio 2 y centro en O(3,3):



A – O – E
A: único punto que comparte r con c

Con certeza se cumple que "r" es perpendicular a la recta que contiene a
A) O y D
B) A y D
C) O y E

5)Considere la siguiente información referida a la circunferencia "c":

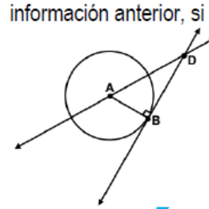


O: centro de "c"
A: único punto que comparte "r" con "c".

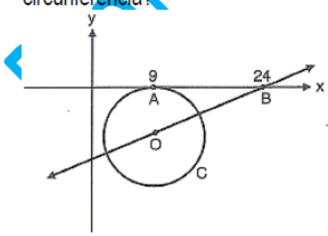
Una recta perpendicular a "r" es la que pasa por los puntos
A) A y O
B) F y B
C) D y O

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

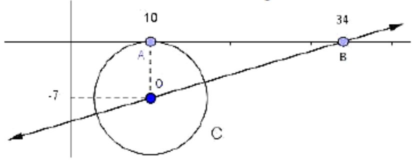
6)Considere la siguiente gráfica referida a una circunferencia de centro A, donde “B” es el único punto que comparte con la circunferencia. Además, tome AD = x. De acuerdo con la información anterior, si AB = 8 y BD = 15 entonces, ¿cuál es la distancia de A hasta D?



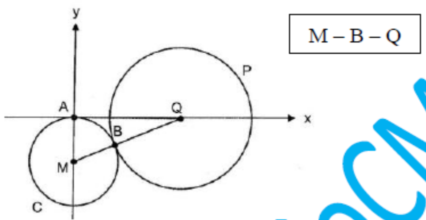
7)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el "eje x" es tangente en A a la circunferencia C de centro O. Si $OB = 17$, entonces, ¿cuál es la medida del radio de esa circunferencia?



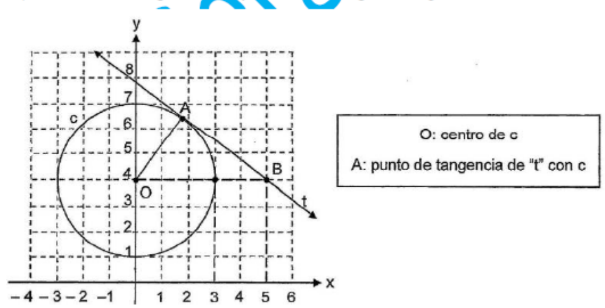
8)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el “eje x” es tangente en A a la circunferencia C de centro O. ¿cuál es la medida de $\overline{OB}$?



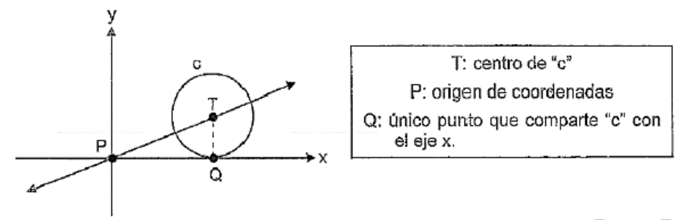
9)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual la circunferencia C de centro M y la circunferencia P de centro Q son tangentes en el punto B, y el eje "x" es tangente a C en el punto A. Además, AQ = 84 y MQ = 91. ¿Cuál es la medida del radio de la circunferencia C de centro M?



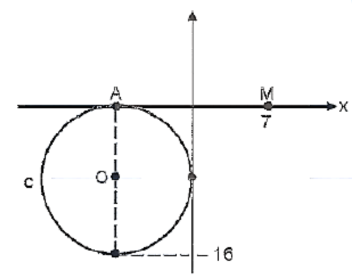
10)Considere la siguiente representación gráfica, ¿Cuál es la medida de $\overline{AB}$?



11)Considere la siguiente representación de la circunferencia "c". De acuerdo con la información dada, si PT = 13 y se cumple T(12, n), entonces, ¿cuál es el valor de "n"?



12)Considere la siguiente representación gráfica de la circunferencia "c" de centro O y el punto M. ¿Cuál es la distancia desde el centro de "c" hasta el punto M?



HABILIDAD:

‣*Determinar las medidas de los ángulos internos y externos de polígonos en diversos contextos*

INTRODUCCIÓN:

Si mira a su alrededor, es seguro que podrá ubicar un polígono, y con mucha suerte un polígono regular. Estas formas, definidas por tener todos sus lados y ángulos iguales, no solo son estéticamente atractivas, sino que también desempeñan un papel crucial en los fundamentos matemáticos y en aplicaciones prácticas en diversas áreas como la arquitectura, el diseño y la ingeniería. En el siguiente vídeo puede observar unos ejemplos de polígonos regulares en nuestro entorno.

POLÍGONOS REGULARES

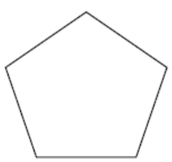
Se le llama ***polígono*** a la figura geométrica *plana y cerrada*, formada por la unión de varios segmentos que se intersecan solamente en sus extremos.

Primero, se van a estudiar los **polígonos regulares**, que es aquella figura plana cuyos lados y ángulos son congruentes (tienen la misma medida). O sea que el polígono es equilátero y equiángulo.

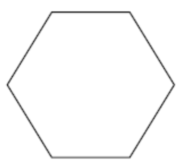
ALGUNOS NOMBRES DE LOS POLÍGONOS MÁS COMUNES

Nº Lados	*NOMBRE*	*Nº Lados*	*NOMBRE*
3		10	
4		11	
5		12	
6		13	
7		14	
8		15	
9		20	

Octágono regular

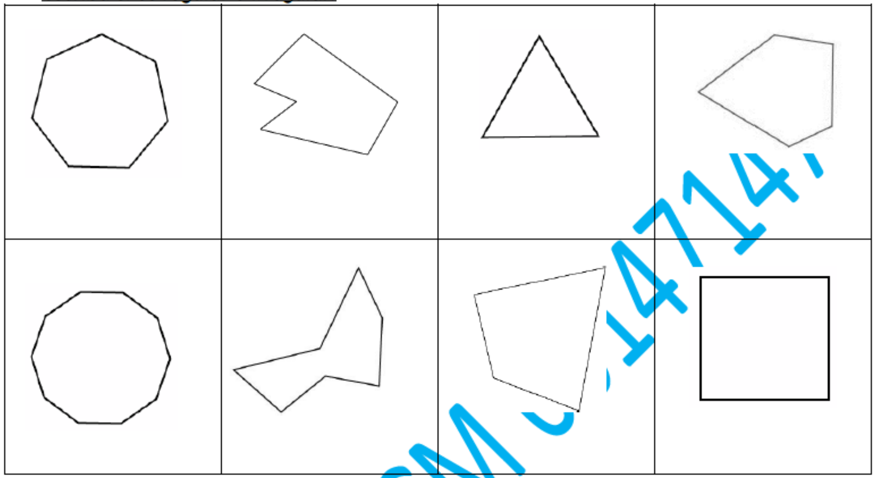


Pentágono regular



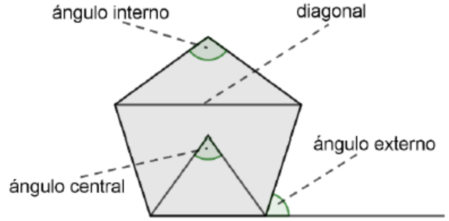
Hexágono regular

Actividad #1: Escriba el nombre de cada uno de los siguientes polígonos además escriba si es regular o irregular.



ÁNGULOS Y DIAGONALES DE LOS POLÍGONOS REGULARES

En el siguiente polígono regular se identifican los ángulos y la diagonal:



Ángulo central de un polígono regular: es el ángulo formado por dos radios a los que pertenecen dos vértices consecutivos. En un polígono regular, el ángulo central "c" se obtiene dividiendo 360° entre el número de lados "n" del polígono, se usa la fórmula:

$$m\measuredangle c = \frac{360°}{n}.$$

Ángulo interno de un polígono regular: es el ángulo formado por dos lados consecutivos. La fórmula para averiguar la medida de cada ángulo interno "i" corresponde a: $m\measuredangle i = \frac{180°(n-2)}{n}$.

Ángulo externo de un polígono regular: es el ángulo formado por un lado y la prolongación de otro lado consecutivo. La fórmula para averiguar la medida de cada ángulo externo "e" corresponde a: $m\measuredangle e = \frac{360°}{n}$.

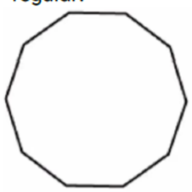
Suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono regular: la fórmula para averiguar la suma de las medidas de los ángulos internos de cualquier polígono regular es: $Sm\measuredangle i = 180°(n-2)$.

Diagonales en un polígono regular: corresponden a los segmentos que resultan de unir dos vértices no consecutivos.

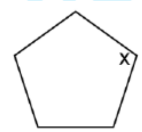
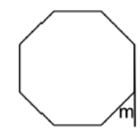
- Número total de diagonales de un polígono regular: $D = \frac{n(n-3)}{2}$
- Número de diagonales desde un mismo vértice en un polígono regular: $d = n-3$

EJEMPLO #1: Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios.

1)Determine las medidas del *ángulo interno, externo, central, suma de los ángulos internos, total de diagonales y diagonales desde un vértice*, del siguiente polígono regular.



ACTIVIDAD #2: Calcule lo que se solicita en cada caso.

a)Determine la medida del ángulo central de un pentágono.	b)Determine la medida de la suma de los ángulos internos en un cuadrado.
c)Determine la medida de un ángulo interno de un hexágono.	d)Determine la medida del ángulo central de un octágono.
e)Determine la medida de cada ángulo externo en un nonágono.	f)Determine la medida de un ángulo interno de un triángulo equilátero
g)Determine la medida de la suma de los ángulos internos en un decágono.	h)Determine la cantidad de diagonales que se pueden trazar desde un vértice en un dodecágono
i)¿Cuál es la medida del ángulo "x"? 	j)¿Cuál es la medida del ángulo "m"? 
k)¿Cuál es la medida de cada ángulo interno de una pieza de cerámica hexagonal regular usado para decorar un baño? 	j)¿Cuál es el total de diagonales que se pueden trazar en un reloj de pared cuya forma es un dodecágono regular? 

EJEMPLOS #2: *La siguiente actividad consiste en practicar los despejes de las 6 fórmulas vistas anteriormente, tanto de ángulos como de sus diagonales. En el siguiente **vídeo** encontrará un breve repaso de las fórmulas y la resolución de los **6 ejercicios** aplicando dos alternativas. El despeje tradicional y usando el "modo ecuación" de la calculadora CASIO Classwiz (Tapa Blanca).*

A continuación, los ejercicios:

a)¿Cuál es el polígono regular donde la medida de su ángulo central es de 60º?

b)¿Cuál es el polígono regular donde la medida de un ángulo interno es de 135º?

c)¿Cuál es el polígono regular donde la medida de su ángulo central es de 40º?

d)¿Cuál es el polígono regular donde la medida de la suma de los ángulos internos es de 2340º?

e)¿Cuál es el polígono regular donde se pueden trazar 8 diagonales desde un vértice?

f)¿Cuál es el polígono regular donde se pueden trazar en total 14 diagonales?

ACTIVIDAD #3: *Resuelva los siguientes problemas basado en la información de ángulos o diagonales de ciertos polígonos regulares.*

a)Un juego en el parque de diversiones tiene en su base, la forma de un polígono regular donde su ángulo central mide 45º. ¿Cuál es ese polígono regular?

b)Una mesita colocada en el centro de una sala, en su base superior tiene forma de polígono regular donde cada uno de sus ángulos internos mide 1260º. ¿Cuál es ese polígono regular?

c)Una señal de tránsito está pintada sobre una lámina con forma de polígono regular donde la suma de sus ángulos internos es de 1080º, ¿Cuál es el polígono regular utilizado?

d)En la casa de mi tío hay una moneda antigua que tiene forma de polígono regular, donde desde uno de sus vértices se pueden trazar 7 diagonales. ¿qué forma tiene esa moneda?

TRABAJO COTIDIANO – Ángulos y Diagonales de Polígonos Regulares	Valoración
Utiliza la medida de ángulos de polígonos regulares para resolver ejercicios en distintos contextos.	
Utiliza la medida de diagonales de polígonos regulares para resolver ejercicios en distintos contextos.	

HABILIDAD:
‣*Determinar la medida de perímetros y áreas de polígonos en diferentes contextos.*
‣*Determinar la medida de la apotema y el radio de polígonos regulares y aplicarlo en diferentes contextos.*

ÁREA Y PERÍMETRO DE UN POLÍGONO REGULAR

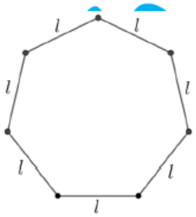
ACTIVIDAD DE INICIO:
Se quiere cercar con alambre de púas un terreno, el cual tiene forma de cuadrado y su lado mide 60m. Además, un rollo de alambre de púas de 168m cuesta ₡8500 (el alambre solo se vende por rollos).

A)¿Cuántos metros cuadrados mide el terreno?

B)Si se desea cercar todo el terreno con 3 hilos de alambre, entonces, ¿cuánto dinero, en colones, se debe invertir como mínimo en la compra de los rollos de alambre?

PERÍMETRO DE UN POLÍGONO REGULAR

Corresponde a la suma de las medidas de los lados del polígono regular.



En la figura, el polígono posee 7 lados:
$P = \ell + \ell + \ell + \ell + \ell + \ell + \ell = 7\ell$

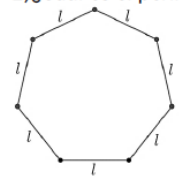
En general, para un polígono regular de "n" lados:
$P = \ell + \ell + \ell + \ell + \ldots + \ell = n \cdot \ell$

Es decir, el perímetro se puede obtener multiplicando el número de lados del polígono por la medida del lado.

$$P = n \cdot \ell$$

EJEMPLOS: Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios para conocer algunas aplicaciones del concepto de perímetro.

1)¿Cuál es el perímetro del siguiente polígono regular si cada lado mide 14cm?



Ejemplos 1-2-3

2)Si el perímetro de un dodecágono regular es de 162cm, ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

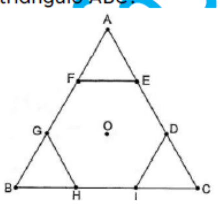
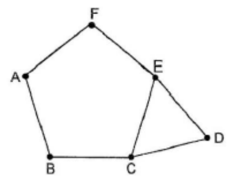
3)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 6, donde la medida de cada ángulo externo mide 45º

4)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 14 donde la medida de cada ángulo interno mide 108º?

Ejemplos 4-5

5)Si en un polígono se pueden trazar 10 diagonales desde un vértice, ¿Cuál es su perímetro si cada lado mide 11?

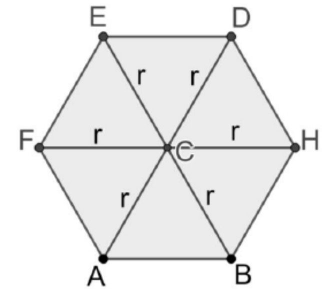
ACTIVIDAD #1: Resuelva lo que se solicita en cada caso.

1)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 8 si cada ángulo central mide 40º?	2)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 11,5 si cada ángulo externo mide 120º?
3)Si un polígono regular de lado 10, la suma de sus ángulos internos es de 720º, ¿Cuál es su perímetro?	4)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 5 si cada ángulo interno mide 150º?
5)Si un polígono regular de lado 35, se le pueden trazar 4 diagonales desde un vértice, ¿Cuál es su perímetro?	6)Si un polígono regular de lado 12, se le pueden trazar 35 diagonales en total, ¿Cuál es su perímetro?
7)Si cada lado del hexágono HIDEFG mide 8cm, ¿cuál es el perímetro del triángulo ABC? 	8)Si el perímetro del triángulo ECD es de 36cm, ¿Cuál es el perímetro del pentágono AFECB? 

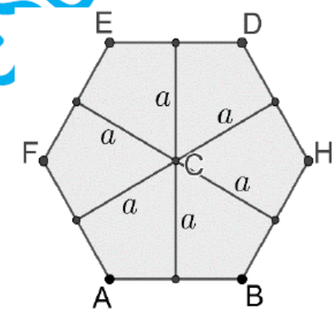
ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES

Para poder calcular las áreas (y también algunos perímetros) de polígonos regulares, debemos conocer otras medidas importantes, como lo son: **la apotema y el radio**. Muchas situaciones requieren de usar estas medidas ya que no siempre tendremos de entrada la medida de su lado.

RADIO DE UN POLÍGONO:
Es el segmento trazado desde el centro del polígono a cualquiera de sus vértices.

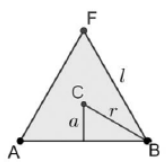
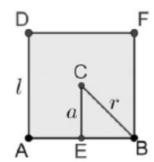
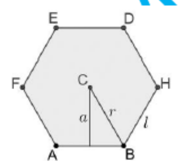


APOTEMA DE UN POLÍGONO:
Corresponde al segmento que une el centro del polígono y el punto medio cualquiera de sus lados. Las apotemas son perpendiculares a sus respectivos lados y biselan al lado y al ángulo central del polígono.



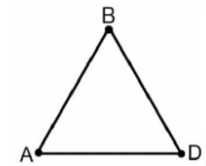
FÓRMULAS IMPORTANTES

En la mayoría de los casos en polígonos regulares, se trabaja con el triángulo, cuadrado y hexágono, por lo que es importante el manejo de las siguientes fórmulas, con el objetivo de que, si no tenemos la medida del lado del polígono, saber llegar a este para luego calcular ya sea un área o perímetro.

TRIÁNGULO EQUILÁTERO	CUADRADO	HEXÁGONO REGULAR
		
En todo triángulo regular (equilátero) se cumple que la medida de la apotema es la mitad de la medida de su radio. $a = \frac{r}{2}$	En todo cuadrado, la medida del lado equivale a dos apotemas. $\ell = 2a$	En todo hexágono regular se cumple que la medida de lado es igual que la medida de su radio. $r = \ell$
La medida de su apotema es la tercera parte de la medida de su altura. $a = \frac{h}{3}$	Si tenemos la medida de la diagonal del cuadrado, esta fórmula nos ayuda a calcular su lado. $\ell = \frac{d\sqrt{2}}{2}$	En todo hexágono regular se cumple que la medida de la apotema es igual a la mitad del lado o radio multiplicada por raíz cuadrada de tres. $a = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ $a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$
Si tenemos el lado, su altura se puede calcular con la fórmula: $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$	En este vídeo se explican brevemente alguna de las fórmulas aquí presentadas	

EJEMPLOS: Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios. Luego los puede repasar en casa con los vídeos facilitados en códigos QR.

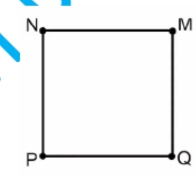
1)Para el siguiente triángulo equilátero ABD:



a) Si su perímetro es 12, ¿cuánto mide su altura?

b) Si su apotema mide 18, ¿cuánto mide su altura?

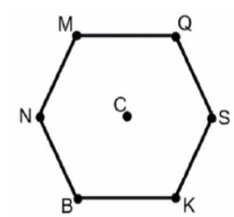
2)Para el cuadrado NMQP de perímetro 28:



a)Determine la medida de su apotema.

b)Calcule la medida de NQ.

3)Para el hexágono MQSKBN, si CK = 8:



a)¿Cuál es la medida de su apotema?

b)¿Cuál es el perímetro del hexágono?

ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR

El **área** de un polígono es la medida de la superficie encerrada por sus lados. Representa la cantidad de espacio bidimensional dentro del límite del polígono y se expresa en unidades cuadradas (como cm², m², etc.).
Se puede obtener multiplicando el perímetro del polígono por la apotema y dividirlo por 2, y es una fórmula que se puede aplicar en cualquier polígono regular.

$$A = \frac{P \bullet a}{2}$$

Procedimiento opcional: Para calcular el área de cualquier polígono regular es necesario conocer las medidas del **lado y la apotema**. Si alguna de estas medidas no las tenemos a mano, podemos **usar Ley de Senos** para calcular lo que nos haga falta. En este código QR se repasa la Ley de Senos, *en caso de que este sea el procedimiento elegido por el docente para el desarrollo de los ejercicios propuestos.*

ÁREA DE TRIÁNGULO, CUADRADO Y HEXÁGONO

La fórmula $A = \frac{P \bullet a}{2}$ se puede usar en cualquier polígono regular, pero si el problema involucra un <u>triángulo equilátero, cuadrado o hexágono regular</u>, se recomienda el uso de las siguientes fórmulas, ya que únicamente necesitan de la medida de su lado para aplicarse.

TRIÁNGULO EQUILÁTERO	CUADRADO	HEXÁGONO REGULAR
El área de todo triángulo equilátero de lado "l" está dada por: $A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$	El área de todo cuadrado de lado "l" está dada por: $A = \ell^2$	El área de todo hexágono regular de lado "l" está dada por: $A = \frac{3\ell^2\sqrt{3}}{2}$
PISTA: Es posible que no nos den la medida del lado, pero sí su altura "h" y necesitemos despejar la fórmula $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ para obtenerlo.	**PISTAS:** Es posible que no nos den la medida del lado, pero sí su apotema y usar $\ell = 2a$, recordando que el lado de un cuadrado equivale a dos apotemas. Inclusive, si nos dan la diagonal del cuadrado aplicando $\ell = \frac{d\sqrt{2}}{2}$ tendremos su lado.	**PISTAS:** Puede ser que, al no darnos la medida de su lado, nos den el radio ($r = \ell$), pero ya sabemos que miden lo mismo. También que nos den la apotema y despejando $a = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ determinemos el lado.
PISTA GENERAL: También podrían darnos el perímetro de cualquier polígono y como ya se estudió, solamente dividimos ese perímetro entre la cantidad de lados y así obtener la medida del lado buscado.		

<u>**EJEMPLOS:** Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios usando las fórmulas recientemente recomendadas.</u>

a) Calcule el área de un triángulo equilátero de lado 8.

Ejemplos A,B,C

b) Calcule el área de un cuadrado de apotema 4.

c) Calcule el área de un hexágono regular de radio 8.

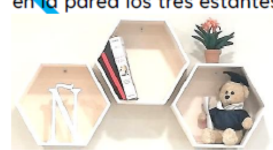
d) Calcule el área de un hexágono regular cuya apotema mide $5\sqrt{3}$.

Ejemplos D,E

e) Calcule el área y perímetro de un cuadrado cuya diagonal mide $7\sqrt{2}$.

f)Calcule el área en centímetros cuadrados de un adorno que tiene forma de un triángulo regular (equilátero) cuya altura mide $12\sqrt{3}$ cm.

g)Carlos compró tres estantes aéreos congruentes que tienen forma de **hexágono regular**. Si el radio de uno de ellos es de 20 cm, ¿Cuál es el área total en cm que ocupa en la pared los tres estantes aéreos?

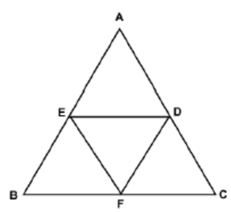


Ejemplos F,G

ACTIVIDAD #2: Resuelva los siguientes ejercicios de manera clara y ordenada.

a)¿Cuál es el **perímetro** de un hexágono de radio 14?	b) Calcule el **área** de un cuadrado si su apotema mide 9cm.
c)Determine el **área** de un hexágono regular cuya apotema mide $8\sqrt{3}$.	d)Determine el **área** y **perímetro** de un triángulo equilátero cuya altura mide $5\sqrt{3}$.
e)La apotema de un azulejo cuadrado mide 10 centímetros. Si se necesitan 12 azulejos para cubrir cierta zona de la cocina, ¿Cuál es el **área** en centímetros cuadrados que será cubierta?	f)Una pantalla gigante cuadrada tiene una diagonal que mide $6\sqrt{2}$ metros, ¿Cuál es el **área** de esa pantalla?

g)Considere la siguiente figura, en la que se representa el triángulo ABC (formado por cuatro triángulos equiláteros) donde DE = 12 cm. Determine el **área y perímetro** del triángulo ABC.



TRABAJO COTIDIANO – Área y Perímetros de Polígonos Regulares	Valoración
Determina la medida de perímetros y áreas de polígonos regulares en distintos contextos.	
Utiliza la apotema y el radio de polígonos regulares para resolver ejercicios de polígonos regulares en distintos contextos.	

EJERCICIOS ADICIONALES

SELECCIÓN ÚNICA:

1)¿Cuántas diagonales se pueden trazar en total en un polígono regular donde la medida del ángulo interno es 140°?
A) 14
B) 20
C) 27
D) 35

2)¿Cuál es el perímetro de un hexágono regular cuya medida del radio es 25?
A) 50
B) 100
C) 150
D) 250

3)Sea un polígono regular cuyo ángulo interno mide 108°. Si la medida de su lado es 6, entonces, el perímetro corresponde a
A) 18
B) 25
C) 30

4)¿Cuál es el área de un polígono regular cuyo lado mide 6 y su ángulo central 120°?
A) $9\sqrt{3}$
B) $14\sqrt{3}$
C) $20\sqrt{3}$

5)El número total de diagonales que se pueden trazar en un polígono regular a partir de uno de sus vértices es de 7. Si el lado mide 3, entonces, el perímetro corresponde a
A) 21
B) 30
C) 40

6)Considere un polígono regular en el cual se puede trazar un máximo de dos diagonales desde un vértice. Si la longitud del lado es 8, entonces, ¿cuál es el perímetro de dicho polígono?

A) 32
B) 40
C) 64

7)Sea un polígono regular cuya apotema mide $2\sqrt{3}$. Si la medida de cada ángulo interno es 120°, entonces, el área de dicho polígono corresponde a

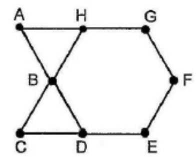
A) $18\sqrt{3}$
B) $20\sqrt{3}$
C) $24\sqrt{3}$

8)¿Cuál es el área de un polígono regular cuya longitud del radio es 6 y la medida del ángulo interno es 120°?

A) $20\sqrt{3}$
B) $36\sqrt{3}$
C) $54\sqrt{3}$

9)Considere la siguiente figura compuesta por dos triángulos equiláteros y un hexágono regular. Si AB = $3\sqrt{3}$, entonces, el área del ABCEFG corresponde a

A) $24\sqrt{3}$
B) $27\sqrt{3}$
C) $54\sqrt{3}$

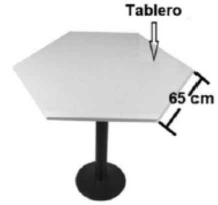


RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

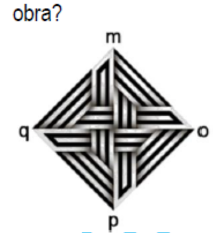
10) En una competencia de arte, a los participantes se les da un lienzo con forma de triángulo equilátero con un lado de 20 cm. ¿Cuál es el área que los artistas tienen para trabajar en sus lienzos?

11) Sofía quiere poner un marco a su pintura, que es perfectamente cuadrada con un lado de 25 cm. ¿Cuántos centímetros de marco necesita para cubrir los cuatro lados de su pintura?

12)El tablero de madera de una mesa tiene forma de hexágono regular, tal como lo muestra la siguiente imagen. Si cada lado del tablero mide 65 cm, entonces, ¿cuántos centímetros cuadrados mide, aproximadamente, la superficie del tablero de la mesa?



13)El Kumo XV es una obra de arte del artista colombiano Omar Rayo, tiene forma cuadrada y se pueden identificar sus cuatro vértices, como se muestra en la figura. si la distancia entre dos vértices no consecutivos de la obra es $66\sqrt{2}$ cm, entonces, ¿Cuál es el perímetro de la obra?



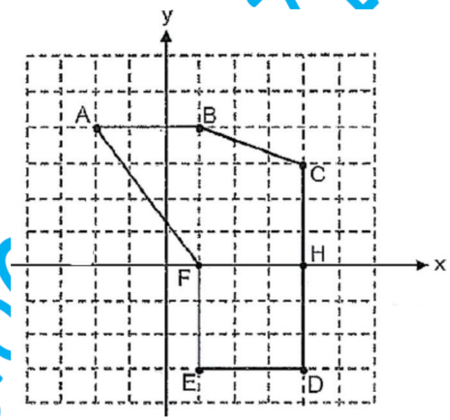
14) Juan desea cubrir con cerámica la parte superior de una mesa de concreto que tiene forma de hexágono regular. Si la medida del radio del hexágono que representa la parte superior de esa mesa es 2 m, entonces, ¿cuál es el área, en metros cuadrados, que Juan desea cubrir con cerámica?

ProfeSergioCM 60147147

HABILIDAD:
‣*Calcular perímetros y áreas de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas.*

ÁREA Y PERÍMETRO DE POLÍGONOS IRREGULARES

ACTIVIDAD DE INICIO:
La siguiente figura representa el plano de un agregado que se desea hacer a una casa. Si el área de cada cuadrado de la cuadrícula es de 1 m^2, ¿puede dar una estimación del área y perímetro del hexágono ABCDEF sin usar fórmulas? Comente con sus compañeros y docente los resultados obtenidos.



¿QUÉ ES UN POLÍGONO IRREGULAR O NO REGULAR?

Un polígono irregular en el plano es una figura geométrica formada por varios segmentos de línea llamados lados, que están conectados de manera que forman un contorno cerrado, pero no cumplen las condiciones de un polígono regular. Esto significa que:

- Los lados no tienen necesariamente la misma longitud.
- Los ángulos internos no son necesariamente iguales.

En el plano cartesiano, un polígono irregular se representa mediante un conjunto de vértices, cada uno definido por coordenadas (x,y).

PERÍMETRO DE UN POLÍGONO IRREGULAR

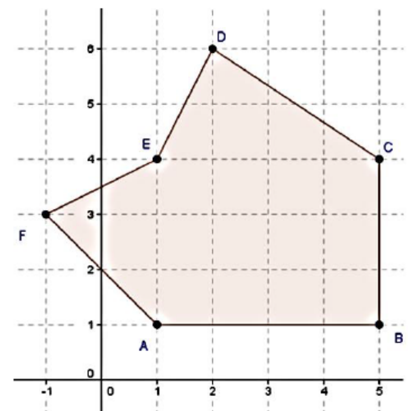
Se debe efectuar la suma de las medidas de los lados del polígono correspondiente. Para calcular las medidas hay que considerar que podríamos tener:

a)Lados en posición horizontal (como AB) **o vertical** (como CB): cuyas medidas son más sencillas de calcular. Por ejemplo, ver en la figura que AB = 4 y CB = 3.

b)Lados inclinados: se sugieren dos posibles procesos:

b.1) Usando el Teorema de Pitágoras: se determina el triángulo rectángulo, donde el lado que se busca será la hipotenusa.
b.2) Usando la fórmula de la distancia: donde se ubican los dos pares ordenados (extremos) y se usa la fórmula $d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$.

EJEMPLO#1: Con la guía del docente, calcule el **perímetro del hexágono irregular ABCDEF** presentado en la siguiente figura.



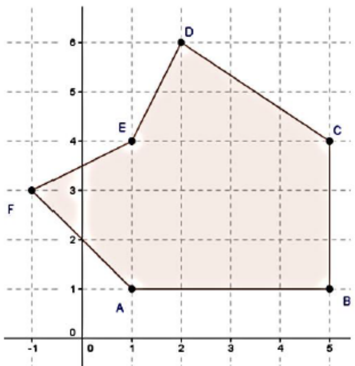
ÁREA DE UN POLÍGONO IRREGULAR

No existe una fórmula específica para los polígonos irregulares. El método más común consiste en dividir la figura principal en varias figuras más simples como triángulos, rectángulos, cuadrados o trapecios, luego calcular sus áreas y por último, sumarlas para obtener el "área total" que será el área del polígono en cuestión.

Por lo tanto, es importante manejar las siguientes fórmulas básicas:

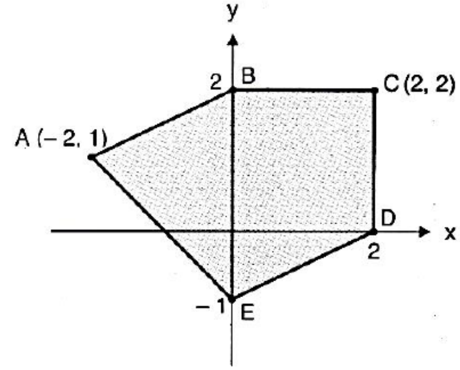
Triángulo	Cuadrado	Rectángulo	Trapecio
$A = \frac{b \cdot h}{2}$	$A = \ell^2$	$A = b \cdot h$	$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$

EJEMPLO#2: Con la guía del docente calcule el área del hexágono irregular ABCDEF.



Área con fórmula de GAUSS

EJEMPLO#3: Determine el área y perímetro del pentágono ABCDE.



Perímetro

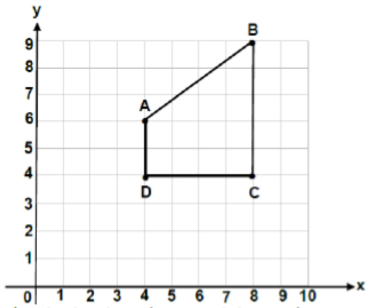
Área

Área con fórmula de GAUSS

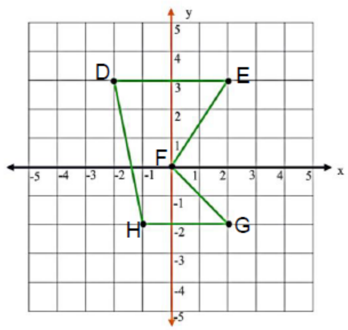
ProfeSergioCM 60147147

ACTIVIDAD #1: Determine el área o perímetro según corresponda para cada uno de los siguientes polígonos irregulares.

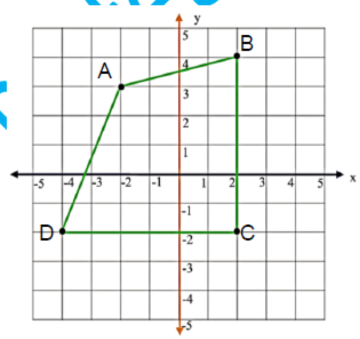
A)Calcule el perímetro del cuadrilátero ABCD.



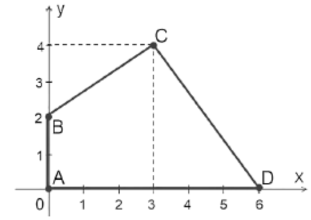
B)Calcule el perímetro del pentágono DEFGH.



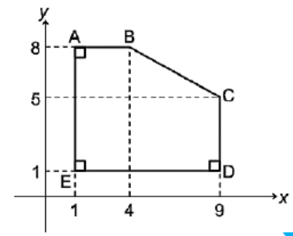
C)Calcule el área del siguiente cuadrilátero ABCD.



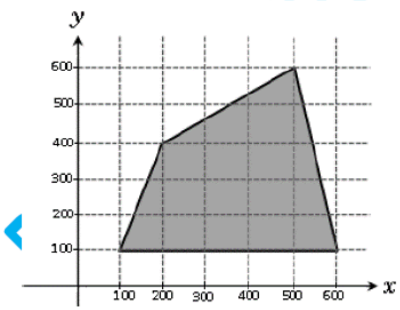
D) Calcule el área del siguiente cuadrilátero ABCD



E) Alex es un constructor, el espacio donde construirá una casa tiene forma que se muestra en la siguiente figura, la cual se encuentra representada en un plano cartesiano. ¿Cuál es el área, en metros cuadrados, del espacio donde se construirá la casa?



F) Considere el siguiente contexto referido a un terreno destinado a una finca ganadera tiene la forma que indica el croquis. ¿Cuál es el valor del perímetro?

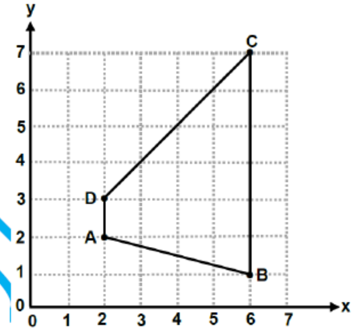


TRABAJO COTIDIANO – Área y Perímetros de Polígonos Irregulares	Valoración
Determina la medida de perímetros de polígonos irregulares en distintos contextos.	
Determina la medida de áreas de polígonos irregulares en distintos contextos.	

EJERCICIOS ADICIONALES

SELECCIÓN ÚNICA:

Considere los datos de la siguiente figura, referentes a un polígono no regular, para contestar las preguntas **1 y 2**. Tomar en cuenta que $AB = \sqrt{17}$ y $DC = 4\sqrt{2}$.



1) ¿Cuál es el perímetro del polígono ABCD?

A) $7 + 4\sqrt{34}$

B) $11 + 4\sqrt{34}$

C) $7 + \sqrt{17} + 4\sqrt{2}$

D) $11 + \sqrt{17} + 4\sqrt{2}$

2) ¿Cuál es el área del polígono ABCD?

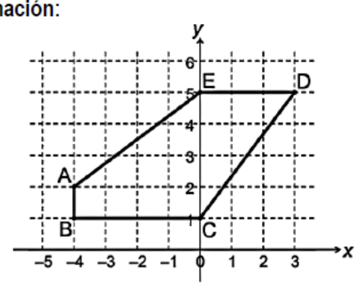
A) 12

B) 14

C) 21

D) 23

Para responder los ítems 3 y 4 considere la siguiente información:



3) ¿Cuál es el perímetro del polígono ABCDE?

A) 17

B) 18

C) 20

D) 21

4) ¿Cuál es el área del polígono ABCDE?

A) 12

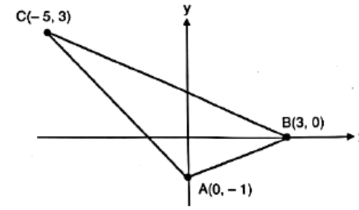
B) 14

C) 16

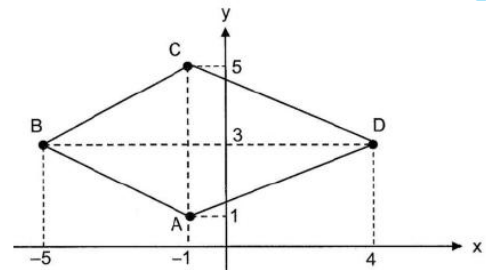
D) 18

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS:

5)Considere la siguiente representación gráfica del $\triangle ABC$. ¿Cuál es el perímetro aproximado del $\triangle ABC$?

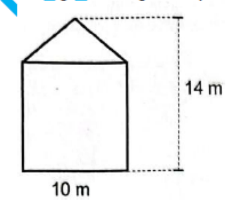


6)Considere la siguiente representación gráfica. ¿Cuál es el área del cuadrilátero ABCD?



7)La pared lateral (fachada) de un edificio está formada por un cuadrado y un triángulo, los cuales tienen un lado en común. Si una persona debe pintar la totalidad de esa fachada, entonces ¿cuál sería el área que debe pintar esa persona?

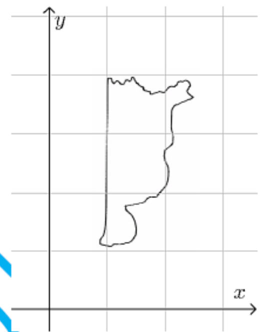
La siguiente figura representa esa fachada:



HABILIDAD:
‣ *Estimar perímetros y áreas de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.*

ACTIVIDAD DE INICIO:

Considere la siguiente imagen que representa el mapa de la provincia de Heredia, y considere que cada cuadrado en la cuadrícula tiene un área de 1000 km²:
De acuerdo con el contexto anterior, estime el área aproximada de la provincia de Heredia, discute con compañeros y docente los resultados.



FIGURAS PLANAS NO POLIGONALES

Una figura plana no poligonal es una forma bidimensional que no tiene lados rectos ni vértices, a diferencia de las figuras poligonales como los triángulos, cuadrados, rectángulos, etc. Estas figuras se caracterizan por tener bordes curvos o una combinación de líneas curvas y rectas donde las curvas no forman vértices definidos.

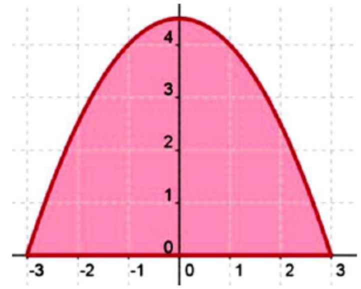
FIGURA POLIGONAL

FIGURA NO POLIGONAL

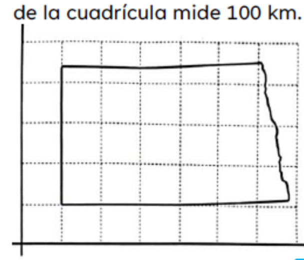
Para calcular el **perímetro** de una figura plana no poligonal, el proceso puede variar según la forma específica de la figura. A diferencia de los polígonos, donde simplemente se suma las medidas de todos los lados rectos, las figuras no poligonales pueden incluir bordes curvos donde recurriremos a las aproximaciones.

En el caso de las **áreas**, igualmente procederemos a una aproximación, donde nos guiaremos con la escala que se nos presente en la situación.

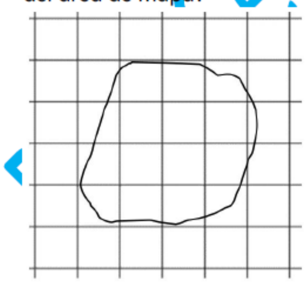
EJEMPLO #1: ¿Cuál sería un área aproximada de esta figura, si cada cuadrado representa 1 unidad cuadrada?



EJEMPLO #2: Estime el perímetro de la siguiente figura si el lado de cada cuadrado de la cuadrícula mide 100 km.



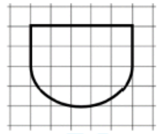
EJEMPLO #3: La siguiente figura representa el mapa de un distrito de cierta provincia. Cada cuadrado del plano representa 1000 km². ¿Puede determinar una aproximación del área de mapa?



ACTIVIDAD #1: Marque con X la respuesta correcta.

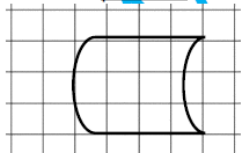
1)Si el área de cada cuadrado de la cuadrícula es 10 unidades cuadradas, entonces el área de la figura presentada es mayor que

( ) 14 y menor que 20
( ) 160 y menor que 200
( ) 300 y menor que 400



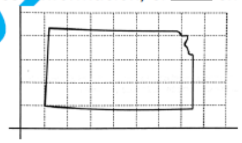
2)Si el lado de cada cuadrado de la cuadrícula es de 1 unidad, entonces el perímetro de la figura presentada es mayor que

( ) 6 y menor que 9
( ) 10 y menor que 15
( ) 20 y menor que 25



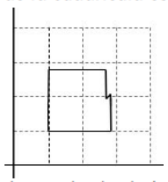
3)A continuación se muestra una representación gráfica de un territorio, donde el área de cada cuadrado de la cuadrícula es de 1000 km^2. De acuerdo con esa información, el área en kilómetros cuadrados de ese territorio es mayor que

( ) 3000 y menor que 7000.
( ) 9000 y menor que 15000.
( ) 18000 y menor que 25000.



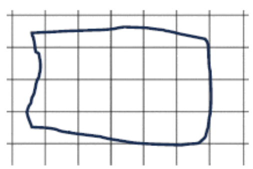
4)La siguiente figura representa un terreno, el cual desean cerrarlo completamente con algún tipo de tapia y necesitan saber su perímetro. Si el lado de cada cuadrado de la cuadrícula es de 10 metros, entonces su perímetro sería

( ) mayor que 60 y menor que 100
( ) mayor que 120 y menor que 160
( ) mayor que 200 y menor que 240



5)Una pequeña zona de la casa de mi tío, tiene un jardín. El área de cada cuadrado de la cuadrícula es de 5 m^2, por lo tanto, su área en m^2 es mayor que

( ) 40 y menor que 65
( ) 70 y menor que 95
( ) 110 y menor que 135

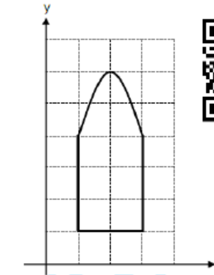


TRABAJO COTIDIANO – Figuras planas no poligonales	Valoración
Estima perímetros de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.	
Estima áreas de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.	

EJERCICIOS ADICIONALES:

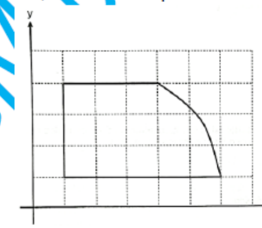
1)Un arquitecto diseñó un tipo de ventana como el que se muestra en la siguiente representación gráfica. La medida del lado de cada cuadrado de la cuadrícula es 1 m. De acuerdo con la información anterior, el perímetro, en metros, de esa ventana es mayor que

A) 12 pero menor que 14.
B) 8 pero menor que 10.
C) 6 pero menor que 7.



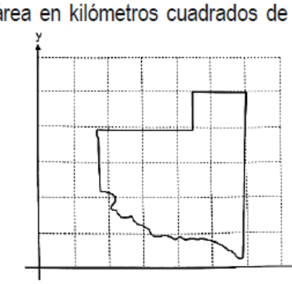
2)A continuación, se muestra una representación gráfica del terreno que compró Sandra. Tomar en cuenta que el área de cada cuadrado de la cuadrícula es 100 m^2. De acuerdo con la información anterior, el área, en metros cuadrados, del terreno que ella compró es mayor que

A) 2100 pero menor que 2400.
B) 1200 pero menor que 1500.
C) 140 pero menor que 160.



3)La Pampa es una de las provincias de la República Argentina. A continuación, se muestra una representación gráfica del territorio de esa provincia. Tomar en cuenta que el área de cada cuadrado de la cuadrícula es 10 000 km^2.
De acuerdo con la información anterior, el área en kilómetros cuadrados de esa provincia argentina es mayor que

A) 1700 y menor que 2000.
B) 130 000 y menor que 190 000.
C) 300 000 y menor que 360 000.



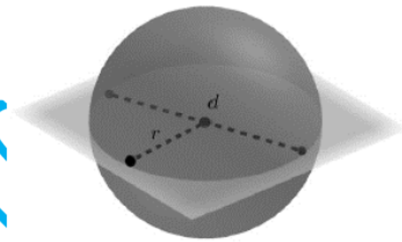
HABILIDADES:

- *Identificar el radio y el diámetro de una esfera.*
- *Identificar la superficie lateral, las bases, la altura, el radio y el diámetro de un cilindro circular recto.*
- *Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una esfera o un cilindro y características métricas de ellas.*

ESFERA

Una esfera es un cuerpo geométrico tridimensional compuesto por todos los puntos que están a una misma distancia de un punto fijo llamado centro.

Radio de una esfera:
Es la distancia desde el centro de la esfera hasta cualquier punto en su superficie. Es una medida constante para una esfera.

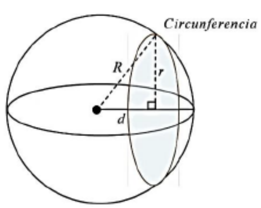


Diámetro de una esfera:
Es la distancia máxima entre dos puntos en la superficie de la esfera, pasando por el centro. El diámetro es el doble de la medida del radio.

SECCION PLANA DE UNA ESFERA

En una ESFERA de radio "R", de cualquier corte con un plano, se obtiene una CIRCUNFERENCIA de radio "r". El tamaño de esa circunferencia variará según a que distancia del centro se realizó el corte. Hay que tomar siempre en cuenta las siguientes fórmulas (ver cuadros adjuntos).

R = radio de la esfera y de la circunferencia máxima.
r = radio de la circunferencia resultante del corte.
d = distancia del plano al centro de la esfera.



Longitud de Circunferencia
$C = 2 \cdot \pi \cdot r$

Donde "r" es el radio de esa circunferencia.

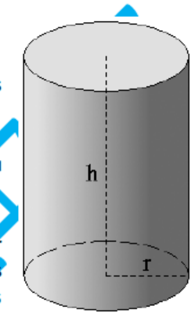
Área de un círculo
$A = \pi \cdot r^2$

Donde "r" es el radio de la superficie circular que se vaya a calcular

CILINDRO CIRCULAR RECTO

Es un cuerpo geométrico formado por dos bases circulares paralelas y congruentes, unidas por una superficie lateral curva perpendicular a las bases.

ELEMENTOS DEL CILINDRO
Superficie lateral: Es la parte curva que conecta las dos bases.



Bases: Son los dos círculos paralelos y congruentes en los extremos del cilindro.

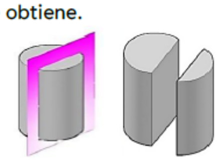
Altura: Es la distancia perpendicular entre las dos bases. En la figura, es "h".

Radio: Es la distancia desde el centro de una base hasta cualquier punto de su circunferencia. En la figura, es "r". Además, tenemos el **diámetro** de la base que corresponde a la medida de dos radios.

SECCIONES PLANAS DE UN CILINDRO CIRCULAR RECTO

Si el corte es con un **plano paralelo al plano** de la base, se obtiene una **circunferencia.**

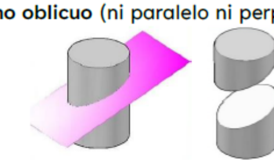
Si el corte es con **un plano perpendicular** a la base, se obtienen **un rectángulo.** Este es el caso más común en los ejercicios, donde hay que tomar en cuenta tanto el área o perímetro del rectángulo que se obtiene.



Área del rectángulo:
$A = b \cdot h$

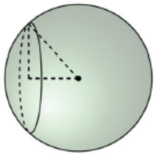
Perímetro del rectángulo:
$P = 2b + 2h$

Si el corte es con un **plano oblicuo** (ni paralelo ni perpendicular) al plano de la base, se obtiene una **elipse.**

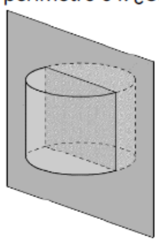


EJEMPLOS: Resuelva con la guía del docente cada uno de los siguientes ejercicios.

A)En una superficie esférica de radio 10cm se hace un corte a una distancia de 6cm del centro. Determine la medida del diámetro de la circunferencia que se obtiene al realizar el corte.



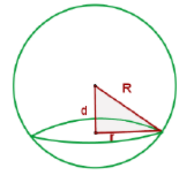
B)Un cilindro circular recto es intersecado por un plano que contiene los centros de sus bases y es perpendicular a ellas. La sección plana corresponde a un cuadrado de perímetro 64. ¿Cuál es la longitud de la circunferencia de una de las bases del cilindro?



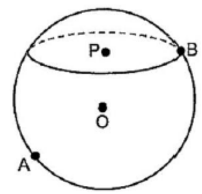
C)En un cilindro circular recto la longitud de la circunferencia de una base es 8π cm y la medida de la altura es 14 cm. Si el cilindro es intersecado por un plano que contiene los centros de sus bases y es perpendicular a ellas, entonces, ¿cuál es el área en centímetros, de la sección plana que se genera con la intersección del plano y el cilindro?

ACTIVIDAD #1: Resuelva los siguientes ejercicios en forma clara y ordenada, con todos los procedimientos necesarios para llegar al resultado final.

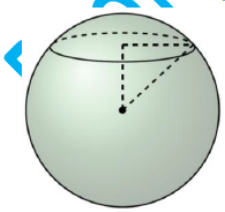
A)De acuerdo con la siguiente figura, donde la esfera se corta con un plano. Si la distancia "d" del centro de la esfera al corte mide 9 y el radio de la circunferencia generada por el corte mide 13, ¿Cuánto mide aproximadamente el radio "R" de la esfera?



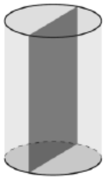
B) La siguiente figura ilustra una esfera y una sección plana generada por el corte de un plano. A,O,B son puntos colineales, O es el centro de la esfera y P el centro de la sección plana. Si AB = 24 y el radio PB = 8, ¿Cuál es aproximadamente la medida de la distancia OP?



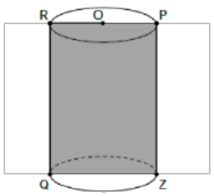
C)Una de las esferas que se ubican en Buenos Aires de Puntarenas mide de radio 80 cm, si se hace un corte plano que dista 40 cm del centro de la esfera, ¿Cuál es el radio de la circunferencia que se obtiene en el corte?



D)La medida del radio de un cilindro circular recto es 5 cm y la medida de su altura es el triple de la medida de su radio. Si a ese cilindro se le realiza un corte con un plano perpendicular a su base y que contiene el centro de las bases, entonces, determine el **área y perímetro** de la sección plana que se obtiene de la intersección del cilindro y el plano.



E)Considere la siguiente información referida a un cilindro circular recto, donde O es el centro de la base del cilindro. La figura presenta un cilindro cortado por un plano perpendicular a la base del cilindro. Si el área de la sección plana $RPZQ$, que se obtiene con el corte es 80 y $RQ = 10$, entonces ¿cuál es la medida del radio del cilindro?



F)A una tuca de madera con forma de cilindro circular recto se le realiza un corte perpendicular a las bases. El largo de la tuca es 150 cm y los radios de las bases son de 30 cm. Si el corte pasa por el centro de las bases y divide la tuca en dos, entonces, ¿Cuál es el área del corte?

G)Para un estudio científico, se extrae una masa de hielo ártico con forma de cilindro circular recto, de radio 10 cm y altura 34 cm. Si se realiza un corte plano perpendicular a las bases, que pasa por el centro, entonces, ¿Cuál es el perímetro del corte?

H)En una actividad cultural se utilizó papel reciclado para elaborar máscaras. Cada una de ellas tiene forma esférica y todas tienen el mismo tamaño. Posteriormente, a cada una de las máscaras se le realizó un corte plano (abertura) para que una persona pueda introducir la cabeza. En la siguiente tabla, se muestra la medida del diámetro de la abertura realizada a cada una de tres máscaras:

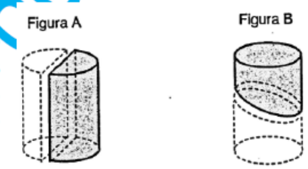
Máscara	Medida del diámetro de la abertura de la máscara
A	18 cm
B	22 cm
C	26 cm

De acuerdo con la información anterior, ¿en cuál de las máscaras se realizó la abertura a una mayor distancia del centro de la máscara? R/ ____________________.

<u>**SELECCIÓN ÚNICA:**</u>

I)En una ebanistería se fabrican piezas decorativas a partir de cortes que se realizan a cilindros circulares rectos de madera, como se muestra en las siguientes figuras:

En la figura A y el corte es perpendicular con respecto a las bases del cilindro y contiene el centro de ambas bases, mientras que en la figura B el corte no es paralelo con respecto a las bases del cilindro y no las corta.



De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

I)La sección plana al realizar el corte de la figura A corresponde a un rectángulo.
II)La sección plana al realizar el corte de la figura B, corresponde a una elipse.

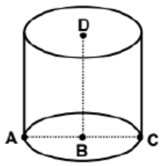
De ellas, ¿Cuál o cuáles son verdaderas?
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

TRABAJO COTIDIANO – Esfera y Cilindro Circular Recto	Valoración
Resuelve ejercicios que involucre radio, diámetro, superficie lateral, bases, altura en el cilindro circular recto.	
Resuelve ejercicios que involucre radio o diámetro en una esfera.	
Identifica correctamente las secciones planas de una esfera o cilindro en distintos contextos.	

EJERCICIOS ADICIONALES

SELECCIÓN ÚNICA:

Para las preguntas 1,2 y 3. Considere la siguiente figura que ilustra un cilindro circular recto donde AB = 3 y BD = 7:



A – B – C
D y B: son los centros de las bases del cilindro.

1)¿Cuál es la longitud de la altura del cilindro?
A) 3
B) 6
C) 7
D) 10

2)Un segmento que representa el diámetro del cilindro corresponde a
A) $\overline{AB}$
B) $\overline{BC}$
C) $\overline{BD}$
D) $\overline{AC}$

3)Si el cilindro se interseca con un plano paralelo a sus bases obteniendo una sección plana, entonces, ¿cuál es la **longitud** de dicha sección plana?
A) 3π
B) 6π
C) 9π
D) 12π

4)Si un cilindro circular recto es intersecado por un plano que no es perpendicular ni paralelo a sus bases (y no corta ninguna de ellas), entonces, ¿cuál es la sección plana que se forma?
A) Elipse
B) Parábola
C) Hipérbola

5)Si un cilindro circular recto es intersecado por un plano paralelo a sus bases, entonces, ¿cuál es la sección plana que se forma?
A) Parábola
B) Hipérbola
C) Circunferencia

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

6)Una esfera cuya medida del diámetro es 104 cm, se interseca con un plano para obtener una sección plana de centro A. Si la distancia del centro de la esfera al punto A es 48 cm, entonces, ¿cuál es la medida, en centímetros, del **radio** de la circunferencia de centro A?

7)La medida del diámetro de una esfera es 30. Si esa esfera se interseca con un plano y se forma una sección plana del radio 12, entonces, ¿a qué **distancia** del centro de la esfera está dicha sección plana?

8)La medida del radio de un cilindro circular recto es 5 cm y la medida de su altura es el doble de la medida de su radio. Si a ese cilindro se le realiza un corte con un plano perpendicular a su base y que contiene el centro de las bases, entonces ¿cuál es el **área**, en centímetros cuadrados de la sección plana que se obtiene de la intersección del cilindro y el plano?

9)A una tuca de madera con forma de cilindro circular recto se le realiza un corte perpendicular a las bases. El largo de la tuca es 120 cm y los radios de las bases son de 20 cm. Si el corte pasa por el centro de las bases y divide la tuca en dos, entonces, ¿Cuál es el **área** del corte?

ProfeSergioCM 60147147